PROCEL INDÚSTRIA

EDIÇÃO SERIADA

10

ANÁLISE ECONÔMICA DE INVESTIMENTO

GUIA BÁSICO

2009

CNI SESI SENAI IEL

CNI IEL

PROCEL INDÚSTRIA
EFICIÊNCIA ENERGÉTICA INDUSTRIAL

Eletrobrás
A energia que movimenta o Brasil.

Confederação Nacional da Indústria
Instituto Euvaldo Lodi
Núcleo Central

PROCEL INDÚSTRIA
EFICIÊNCIA ENERGÉTICA INDUSTRIAL

Eletrobrás
A energia que movimenta o Brasil.

ANÁLISE ECONÔMICA DE INVESTIMENTO

GUIA BÁSICO

2009

ELETROBRÁS
Centrais Elétricas Brasileiras S.A.
Av. Presidente Vargas, 409, 13º andar, Centro
20071-003 Rio de Janeiro RJ
Caixa Postal 1639
Tel 21 2514–5151
www.eletrobras.com
eletrobr@eletrobras.com

PROCEL – Programa Nacional de Conservação de Energia Elétrica
Av. Rio Branco, 53, 14º , 15º, 19º e 20º andares
Centro, 20090-004 Rio de Janeiro RJ
www.eletrobras.com/procel
procel@eletrobras.com
Ligação Gratuita 0800 560 506

PROCEL INDÚSTRIA – Eficiência Energética Industrial
Av. Rio Branco, 53, 15º andar, Centro
20090-004 Rio de Janeiro RJ
Fax 21 2514-5767
www.eletrobras.com/procel
procel@eletrobras.com
Ligação Gratuita 0800 560 506

INSTITUTO EUVALDO LODI
IEL/Núcleo Central
Setor Bancário Norte, Quadra 1, Bloco B
Edifício CNC
70041-902 Brasília DF
Tel 61 3317-9080
Fax 61 3317-9360
www.iel.org.br

CNI
Confederação Nacional da Indústria
Setor Bancário Norte, Quadra 1, Bloco C
Edifício Roberto Simonsen
70040-903 Brasília DF
Tel 61 3317- 9001
Fax 61 3317- 9994
www.cni.org.br
Serviço de Atendimento ao Cliente – SAC
Tels 61 3317-9989 / 61 3317-9992
sac@cni.org.br

A532

Análise econômica de investimento: guia básico / Eletrobrás [et al.]. Brasília : IEL/NC, 2008.
85 p. : il.

ISBN 978-85-87257-27-7

1. Análise econômica 2. Investimentos 3. Eficiência energética. I. Eletrobrás II. CNI – Confederação Nacional da Indústria III. IEL – Núcleo Central IV. Título.

CDU: 330.1

ELETROBRÁS / PROCEL

Presidência
José Antônio Muniz Lopes

Diretoria de Tecnologia
Ubirajara Rocha Meira

Departamento de Projetos de Eficiência Energética
Fernando Pinto Dias Perrone

Divisão de Eficiência Energética na Indústria e Comércio
Marco Aurélio Ribeiro Gonçalves Moreira

CONFEDERAÇÃO NACIONAL DA INDÚSTRIA – CNI

Presidente
Armando de Queiroz Monteiro Neto

INSTITUTO EUVALDO LODI – IEL / NÚCLEO CENTRAL

Presidente do Conselho Superior
Armando de Queiroz Monteiro Neto

Diretor-Geral
Paulo Afonso Ferreira

Superintendente
Carlos Roberto Rocha Cavalcante

Equipe Técnica

ELETROBRÁS / PROCEL

Equipe PROCEL INDÚSTRIA
Alvaro Braga Alves Pinto
Bráulio Romano Motta
Carlos Aparecido Ferreira
Carlos Henrique Moya
Humberto Luiz de Oliveira
Lucas Vivaqua Dias
Marília Ribeiro Spera
Roberto Piffer
Roberto Ricardo de Araujo Goes

Colaboradores
George Alves Soares
Vanda Alves dos Santos

CONFEDERAÇÃO NACIONAL DA INDUSTRIA – CNI
DIRETORIA EXECUTIVA – DIREX

Diretor
José Augusto Coelho Fernandes

Diretor de Operações
Rafael Esmeraldo Lucchessi Ramacciotti

Diretor de Relações Institucionais
Marco Antonio Reis Guarita

Unidade de Competitividade Industrial – COMPI

Gerente-Executivo
Maurício Otávio Mendonça Jorge

Gerente de Infra-Estrutura
Wagner Ferreira Cardoso

Coordenação Técnica
Rodrigo Sarmento Garcia

SUPERINTENDÊNCIA DE SERVIÇOS COMPARTILHADOS – SSC
Área Compartilhada de Informação e Documentação – ACIND

Normalização
Gabriela Leitão

INSTITUTO EUVALDO LODI – IEL / NÚCLEO CENTRAL

Gerente-Executivo de Operações
Júlio Cezar de Andrade Miranda

Gerente de Desenvolvimento Empresarial – GDE
Diana de Mello Jungmann

Coordenação Técnica
Patrícia Barreto Jacobs

Gerente de Relações com o Mercado – GRM
Oto Morato Álvares

Responsável Técnico
Ana Amélia Ribeiro Barbosa

SENAI / DN

Gerente-Executivo da Unidade de Educação Profissional – UNIEP
Alberto Borges de Araújo

Apoio Técnico
Diana Freitas Silva Néri

Gerente-Executiva da Unidade de Relações com o Mercado – UNIREM
Mônica Côrtes de Domênico

SENAI / RS

Conteudista
Márcio Rogério Basotti

Coordenação do Projeto pelo SENAI / RS
Joseane Machado de Oliveira

Coordenação da Revisão Pedagógica pelo SENAI / RS
Aury da Silva Lutz

Supervisão Pedagógica
Regina Averbug

Editoração Eletrônica
Link Design

Revisão Gramatical
Marluce Moreira Salgado

SUMÁRIO


A
A
F

APRESENTAÇÃO

Obter a eficiência energética significa utilizar processos e equipamentos que sejam mais eficientes, reduzindo o desperdício no consumo de energia elétrica, tanto na produção de bens como na prestação de serviços, sem que isso prejudique a sua qualidade.

É necessário conservar e estimular o uso eficiente da energia elétrica em todos os setores sócio-econômicos do Brasil, sendo de grande importância para o país a adoção efetiva de medidas de economia de energia e o conseqüente impacto destas ações. Neste cenário destaca-se a indústria, não só pelo elevado potencial de conservação de energia do seu parque, como também pela sua capacidade produtiva como fornecedora de produtos e serviços para o setor elétrico.

No âmbito das ações que visam criar programas de capacitação voltados para a obtenção de eficiência energética no setor industrial, inclui-se o *Curso de Formação de Agentes Industriais de Nível Médio em Otimização de Sistemas Motrizes*. Este curso tem como objetivo capacitar agentes industriais, tornando-os capazes de identificar, propor e implementar oportunidades de redução de perdas nas instalações industriais de sistemas motrizes.

O curso faz parte do conjunto de ações que vêm sendo desenvolvidas pelo Governo Federal para:

- fomentar ações de eficiência energética em sistemas motrizes industriais;
- facilitar a capacitação dos agentes industriais de nível médio dos diversos subsetores da indústria, para desenvolverem atividades de eficiência energética;
- apresentar as oportunidades de ganhos de eficiência energética através de economia de energia em sistemas motrizes industriais;
- facilitar a implantação de tecnologias eficientes sob o ponto de vista energético, além da conscientização e da difusão de melhores hábitos para a conservação de energia.

Como apoio pedagógico para este curso foram elaborados os seguintes guias técnicos:

1 – Correias Transportadoras

2 – Acoplamento Motor Carga

3 – Metodologia de Realização de Diagnóstico Energético

4 – Compressores

5 – Ventiladores e Exaustores

6 – Motor Elétrico

7 – Energia Elétrica: Conceito, Qualidade e Tarifação

8 – Acionamento Eletrônico

9 – Bombas

10 – Análise Econômica de Investimento

11 – Instrumentação e Controle

Este material didático – Análise Econômica de Investimento – faz parte do conjunto de guias técnicos do *Curso de Formação de Agentes Industriais de Nível Médio em Otimização de Sistemas Motrizes*. Ele é um complemento para o estudo, reforçando o que foi desenvolvido em sala de aula. É também uma fonte de consulta, onde você, participante do curso, pode rever e relembrar os temas abordados no curso.

Todos os capítulos têm a mesma estrutura. Conheça, a seguir, como são desenvolvidos os capítulos desse guia.

- **Iniciando nossa conversa** – texto de apresentação do assunto abordado no capítulo.
- **Objetivos** – informa os objetivos de aprendizagem a serem atingidos a partir que foi desenvolvido em sala de aula e com o estudo realizado por meio do guia.
- **Um desafio para você** – apresenta um desafio: uma situação a ser resolvida por você.

- **Continuando nossa conversa** – onde o tema do capítulo é desenvolvido, trazendo informações para o seu estudo.
- **Voltando ao desafio** – depois de ler, analisar e refletir sobre os assuntos abordados no capítulo, você retornará ao desafio proposto, buscando a sua solução à luz do que foi estudado.
- **Resumindo** – texto que sintetiza os principais assuntos desenvolvidos no capítulo.
- **Aprenda mais** – sugestões para pesquisa e leitura, relacionadas com o tema do capítulo, visando ampliar o que você aprendeu.

Esperamos que este material didático contribua para torná-lo um cidadão cada vez mais consciente e comprometido em alcançar a eficiência energética, colaborando, assim, para que o país alcance as metas nesse setor e os conseqüentes benefícios para a sociedade brasileira e o seu meio ambiente.


A
A
F

Capítulo 1

CONCEITOS BÁSICOS

Iniciando nossa conversa

Pare e procure lembrar-se: você já reparou como é comum nos dias de hoje ouvirmos sobre assuntos relacionados com as questões econômicas? Temas como *lucro, capital* e *investimentos*, por exemplo, fazem parte do nosso cotidiano, seja na nossa casa, seja na nossa atividade profissional.

Mas o que isto tem a ver com eficiência energética?

Quando utilizamos energia, necessitamos constantemente de avaliar se nossos processos estão de acordo, se nossos equipamentos proporcionam lucros conforme desejado e, então, avaliar se a continuação ou não de um processo ou a troca de um equipamento deverá ocorrer.

E, para isto, deveremos empregar um capital a fim de recuperá-lo futuramente com vantagens, ou seja, realizar um investimento. Será necessário, então, saber avaliar qual é o melhor investimento, e este é o assunto principal que será desenvolvido ao longo deste material.

Nas atividades que envolvem transações financeiras, para selecionar e implementar alternativas, é necessário ter o conhecimento de como analisar corretamente um investimento. Nestes casos, as questões econômicas surgem com força e o seu conhecimento nos ajuda a tomar a decisão correta.

Objetivos

O estudo dos conteúdos abordados neste capítulo tem como objetivos:

- identificar a diferença entre juros simples e juros compostos;

- representar graficamente uma análise econômica de investimentos;
- analisar problemas reais com necessidade de análise econômica de investimentos; e
- conhecer questões práticas ligadas à análise de investimentos.

Um desafio para você

Considere a seguinte situação: dois indivíduos *A* e *B* acertam entre si um empréstimo. O indivíduo *A* empresta para o *B* R$ 20.000,00 para que em um ano receba R$ 22.000,00 de volta. Quem ganha e quem perde nesta transação? Como representar matematicamente este acerto e definir os termos dos valores envolvidos?

Leia, a seguir, sobre o tema, pois encontrará subsídios para responder à questão apresentada.

Juros, valor presente e valor futuro

Quando pretendemos comprar algo, é comum pensarmos em duas possibilidades: a de realizar a compra à vista ou a de realizar a compra a prazo. Quando temos condições financeiras de optar entre uma das duas, um exercício que se faz é somar as prestações e comparar o resultado do montante a ser pago a prazo com o valor a ser pago à vista.

Para exemplificar, vamos criar uma situação hipotética. Um determinado equipamento custa na loja R$ 1.100,00 a ser pago em uma única vez, no ato da compra. Uma outra condição de pagamento é em 12 prestações de R$ 110,00. Pode-se, então, calcular que, a prazo, o custo deste equipamento será:

Custo do equipamento = 12 x R$110,00 = R$1.320,00

Como o equipamento à vista custa R$ 1.100,00 e a prazo R$ 1.320,00, chega-se à conclusão de que o pagamento em prestações nos fará desembolsar R$ 220,00 a mais para se ter o equipamento.

Matematicamente se diz que, neste exemplo, para o pagamento a prazo há um juro de R$ 220,00. Portanto, juro significa o valor a ser acrescido ao valor de um objeto para pagá-lo em um determinado tempo.

Fique ligado!

Juro = Valor pago a prazo – Valor à vista (Equação 1.1)

O juro pode ser expresso em valores absolutos como no exemplo anterior, ou em percentual. Para determinar o valor do juro em percentual, usamos:

$$J(\%) = \frac{\text{Valor do juro}}{\text{Valor à vista}} \times 100$$ (Equação 1.2)

Vamos, agora, apresentar alguns exercícios resolvidos para demonstrar a aplicação desses conceitos. Estude-os com atenção!

Exercício resolvido 1.1

Determine o juro pago na compra a prazo de um bem, ao custo de 10 prestações de R$ 84,00, se à vista o custo era de R$ 700,00.

Dados

Custo à vista: R$ 700,00

Custo a prazo: 10 x R$ 84,00 = R$ 840,00

Solução

Juro = (Valor pago a prazo – Valor à vista)

Juro = R$ 840,00 – R$ 700,00 = **R$ 140,00**

$$J(\%) = \frac{\text{Valor do juro}}{\text{Valor à vista}} \times 100$$

$$J(\%) = \frac{\text{R\$ 140,00}}{\text{R\$ 700,00}} \times 100 = \mathbf{20\%}$$

Resposta

Na compra a prazo, o juro é de R$ 140,00, ou seja, será pago 20% a mais sobre o preço à vista.

Exercício resolvido 1.2

Uma máquina custa R$ 500,00. Para um pagamento a prazo de 10 vezes o juro total será de 15%. Quanto custará a máquina e qual será o valor da prestação?

Dados

Custo à vista: R$ 500,00
Número de prestações: 10
Juro total: 15%

Solução

$$J(\%) = \frac{\text{Valor do juro}}{\text{Valor à vista}} \times 100$$

$$15\% = \frac{\text{Valor do juro}}{\text{R\$ 500,00}} \times 100$$

Deduzindo esta equação, chegamos a:

$$\text{Valor do juro} = \frac{15\% \times \text{R\$ 500,00}}{100} = \text{R\$ 75,00}$$

Custo a prazo = Custo à vista + Valor do juro
Custo a prazo = R$500,00 + R$75,00 = **R$ 575,00**

$$\text{Valor da prestação} = \frac{\text{R\$ 575,00}}{10} = \textbf{R\$ 57,50}$$

Resposta

Na compra a prazo, a máquina custará 10 vezes R$ 57,50 (valor de cada prestação), totalizando R$ 575,00, ou seja, nesta transação haverá um juro total de 15% sobre o valor inicial.

Fique ligado!

Antes de prosseguir, vamos relembrar alguns conceitos matemáticos e fazer algumas demonstrações.

- Um por cento significa *um dividido por cem* e pode ser escrito de várias maneiras como: 1% ou $\frac{1}{100}$ ou 1÷100 ou 0,01.

- Potenciação é uma maneira matemática de representar que um número deve ser multiplicado por si próprio algumas vezes, tanto quantas o expoente da potência:

  $3^2 = 3 \times 3 = 9$

  $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

  2^n = o 2 será multiplicado por si tantas vezes quanto valer *n* (acima temos $n = 3$)

- Numa multiplicação a ordem dos fatores não altera o produto:

  $2 \times 3 \times 4 = 3 \times 2 \times 4 = \ldots = 24$

- Na soma de multiplicações, termos comuns podem ser colocados em evidência:

  $(2 \times 3) + (2 \times 5) = 2 \times (3 + 5) = 16$

  $(3n) + (21n) = n \times (3 + 21) = 24n$

  $(P) + (P \times i \times n) = P \times (1 + i \times n)$

Agora é possível avançar mais um pouco. Veja, a seguir, mais um exemplo.

Se você emprestou R$ 2.000,00 e pretende cobrar juros fixos de dois por cento ao mês (2% a.m), quanto receberá após 6 meses?

Neste exemplo, vamos destacar como são chamados matematicamente os valores envolvidos:

- O valor inicial, R$ 2.000,00, é chamado de *valor presente P*;
- O valor que receberá de volta é chamado de *valor futuro F*;
- A *taxa de juros* de dois por cento ao mês é escrita: i = 2% a.m;
- A *quantidade de parcelas* é definida por *n*. No caso, n = 6.

Em cálculos de *juros simples*, envolvendo um só período, o valor futuro é determinado por:

F = P + (P x i); colocando P em evidência,
F = P x (1 + i) (Equação 1.3)

Quando existe mais de um período, o valor futuro em termos de *juros simples* é determinado por:

F = P + (P x i x n); colocando P em evidência,
F = P x (1 + i x n) (Equação 1.4)

Define-se, como *juros simples,* o juro calculado sempre sobre o valor presente.

Existem situações em que os juros são calculados sobre juros. São, então, chamados de *juros compostos*.

Para calcular juros compostos, imagine que você deposite R$10.000,00 numa aplicação que pague juros fixos de um por cento ao mês (1% a.m). Quanto será o montante após 5 meses?

Acompanhe, a seguir, o raciocínio sobre o cálculo do juro composto.

No final do primeiro mês o valor do capital passará de R$10.000,00 para R$ 10.100,00, ou seja, 1% a mais sobre R$ 10.000,00. Para o segundo mês deve-se acrescer 1% sobre o valor atualizado, no caso R$ 10.100,00. Portanto, o valor do capital passará para R$ 10.201,00, que equivale a 1% sobre R$ 10.100,00. No terceiro mês deverá ser acrescentado 1% sobre este último valor passando para R$ 10.303,10. Assim ocorrendo sucessivamente, teremos no quinto mês R$ 10.510,10.

Analisando, de forma matemática este raciocínio, poderemos chegar à equação para determinar *juros compostos*. Acompanhe.

Para o primeiro mês calculamos o juro da seguinte forma:

$J = F - P = P \times i$
$J = F - R\$\ 10.000,00 = R\$\ 10.000,00 \times 1\%$
$J = F - R\$\ 10.000,00 = R\$\ 10.000,00 \times 0,01$
$J = F - R\$\ 10.000,00 = R\$\ 100,00$

Portanto, o juro no primeiro mês será de R$ 100,00, que representa um *F* de R$ 10.100,00.

Assim, podemos chegar à seguinte equação para determinar *F* até aqui:

$F - P = P \times i$
$F = P + (P \times i)$
$F = P \times (1 + i)$ (P foi colocado em evidência)

Para o segundo mês, o que chamaremos de *P* é, na verdade, aquilo que no primeiro mês chamamos de *F*. Portanto:

$F_{mês1} = P \times (1 + i)$
$F_{mês2} = [F_{mês1}] \times (1 + i)$
$F_{mês2} = [P \times (1 + i)] \times (1 + i)$
$F_{mês2} = P \times (1 + i) \times (1 + i)$
$F_{mês2} = P \times (1 + i)^2$

Para cada mês seguinte, observa-se que o que mudará na equação é o expoente de (1 + i) e que equivalerá ao número de períodos ou prestações.

Para calcular um *F* com aplicação de *juros compostos*, podemos usar, então:

$F = P \times (1 + i)^n$ (Equação 1.5)

Onde:
F = Valor futuro
P = Valor presente
i = Taxa de juros por período
n = Número de períodos

Em linguagem matemática, o exemplo anterior pode ser assim calculado:

$F = P \times (1 + i)^n$
$F = R\$10.000{,}00 \times (1 + 0{,}01)^5$
$F = R\$10.510{,}10$

Exercício resolvido 1.3
Determine o valor futuro de uma aplicação que rende 2,5% a.m (juro composto) após um período de dois anos, sendo o valor presente de R$ 1.000,00.

Dados
F = ?
P = R$1.000,00
i = 2,5%am
n = 24 meses

Solução
$F = P \times (1 + i)^n$
$F = R\$1.000{,}00 \times (1 + 0{,}025)^{24}$
$F = R\$1.000{,}00 \times (1{,}025)^{24}$
$F = R\$1.808{,}72$

Resposta
Após o período de 24 meses, os atuais R$1.000,00 renderão um juro de R$ 808,72, e o valor aplicado estará em R$ 1.808,72.

Exercício resolvido 1.4
No exercício anterior, determine o juro que rendeu o investimento após os 2 anos.

Dados
F = R$1.808,72
P = R$1.000,00

Solução
J = F – P = R$ 1.808,72 - R$ 1.000,00 = R$ 808,72

$$J(\%) = \frac{\text{Valor do juro}}{\text{Valor à vista}} \times 100 \text{ -> } J(\%) = \frac{R\$808{,}72}{R\$1.000{,}00} \times 100 = 80{,}872\%$$

Resposta

Ao final do período de 2 anos, o valor investido valorizou-se em 80,872%.

Vimos, então que, quando se tem *juros simples*, o percentual de juro é cobrado sobre o valor inicial (ou *P*). Já com *juros compostos*, os juros são cobrados sobre juros. É como que se a cada período fosse feito um novo empréstimo, de um novo valor.

Para uma melhor comparação entre *juros simples* e *juros compostos*, acompanhe o exercício seguinte.

Exercício resolvido 1.5

Determine o juro simples, o juro composto e o valor futuro em cada caso para uma aplicação de R$ 5.000,00, num período de 4 anos. Considere a taxa de juros de 10% a.a (ao ano).

Relembrando as equações (1.4) e (1.5):

Juros simples (1.4): $F = P \times (1 + i \times n)$

Juros compostos (1.5): $F = P \times (1 + i)^n$

O Quadro 1 mostra a evolução, período a período, para cada caso.

Quadro 1 – Exemplos de juros simples e juros compostos

Período de Tempo (anos)	Juros Simples		Juros Compostos	
	Juro (R$)	Valor Futuro (R$)	Juro (R$)	Valor Futuro (R$)
n = 1	500,00	5.500,00	500,00	5.500,00
n = 2	500,00	6.000,00	550,00	6.050,00
n = 3	500,00	6.500,00	605,00	6.655,00
n = 4	500,00	7.000,00	665,50	7.320,50

Continuando, vamos abordar os conceitos de custo de oportunidade e de fluxo de caixa. Para fazer análises econômicas, é importante conhecê-los.

Custo de oportunidade

É muito comum nos depararmos com a necessidade de realizar investimentos, seja na nossa vida pessoal ou na empresa onde trabalhamos. Para que se faça um bom negócio, devemos fazer de forma eficiente uma *análise de investimento*. Assim, o risco de algo sair errado torna-se menor.

Quando pensamos em melhorar a relação custo x benefício dos equipamentos elétricos dentro de uma empresa, é necessário analisar as várias soluções, ou seja, fazer uma análise de investimentos.

Se, por exemplo, decide-se trocar os motores da empresa pelos de melhor rendimento, e pagá-los à vista, isso por um lado diminuirá o consumo de energia, mas, por outro, retirará da empresa um capital que tinha em mão e que poderia ser investido em novas máquinas. Mas se este motor for pago em prestações, mesmo que com juros, além de diminuir o consumo de energia, poderá permitir novos investimentos.

A melhor escolha, então, só poderá ser feita após uma análise de cada alternativa ou oportunidade e de seus custos, e estas só serão atrativas caso permitam lucros, seja no presente ou no futuro.

Na verdade, podemos considerar que sempre se tem o que fazer com qualquer dinheiro que temos em reserva. Podemos, também, dizer que temos diversas alternativas, ou oportunidades, de como e onde realizar estes investimentos. Porém, para realizarmos determinado investimento, abrimos mão de outros. Assim, ao abrirmos mão, deixamos de ter rendimentos dali. Este rendimento é chamado de *custo de oportunidade*.

Como exemplo, imagine que, entre a opção de trocar um conjunto de lâmpadas por outras mais eficientes ou adquirir uma nova máquina, sendo que ambas trariam retorno financeiro, você decidiu pela segunda alternativa. Desta forma, para ganhar de um lado, decidiu não ganhar de outro. O valor que você rejeitou, ou seja, o do beneficio da troca de lâmpadas, é o seu *custo de oportunidade*.

Fluxo de caixa

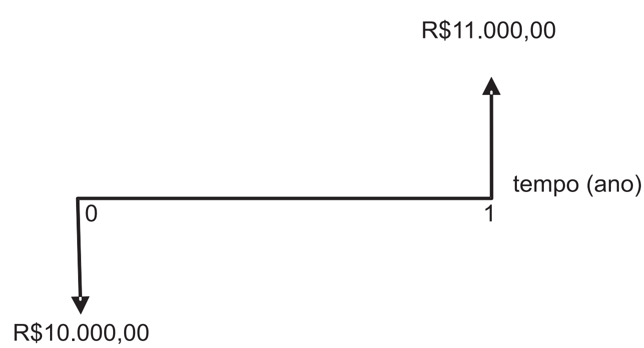
Quando se deseja analisar um investimento, surge a necessidade de colocar no papel um esquema que facilite a análise, de forma a organizar todas as receitas e despesas num determinado período, podendo, assim, avaliar se o mesmo é compensatório ou não. O fluxo de caixa é uma ferramenta criada com este fim. De uma forma gráfica, registram-se as entradas, as saídas e os períodos, o que ajuda na análise do investimento.

Um fluxo de caixa é representado por uma linha horizontal, em que setas verticais indicam entradas e saídas. Por convenção, as setas que apontam para baixo representam saídas e as que apontam para cima representam entradas. A linha horizontal representa a linha do tempo.

Veja um exemplo:

Uma pessoa emprestou R$ 10.000,00 para receber após um ano R$ 11.000,00. Desenhe este fluxo de caixa.

Figura 1 – Exemplo de fluxo de caixa

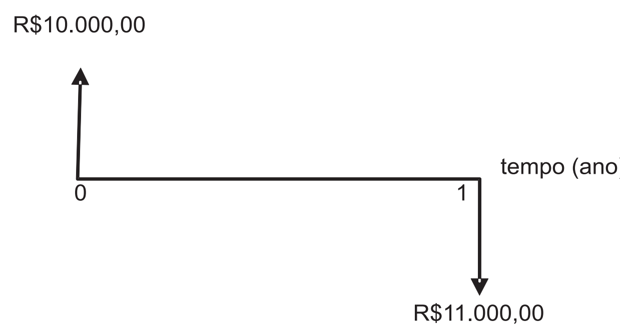


Observa-se no fluxo de caixa desenhado que o valor que a pessoa emprestou está representado para baixo, pois significa uma saída para ela. Após um ano, o dinheiro recebido está representado por uma seta indicando para cima.

Exercício resolvido 1.6

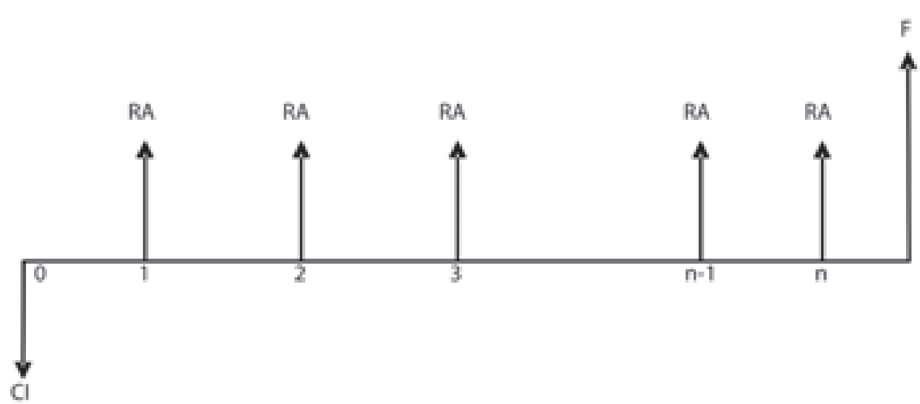
O exemplo anterior mostra o fluxo de caixa de quem emprestou um determinado valor e, após um período, recebeu de volta com juros. Como ficaria o fluxo de caixa da pessoa que está do outro lado, ou seja, de quem tomou este dinheiro emprestado e depois o pagou com juros?

Figura 2 – Resposta do exercício resolvido 1.6



Num fluxo de caixa, podem ser representadas várias entradas e saídas de capitais, em diversos períodos. A unidade de tempo utilizada pode ser qualquer uma, sendo mais comum análises mensais e anuais. A Figura 3 apresenta um fluxo de caixa em que foi empregado um certo capital inicial (CI), num instante zero (seta para baixo), que resultará em um retorno anual (RA), durante *n* períodos de tempo, que representará um valor futuro (F) após alguns períodos.

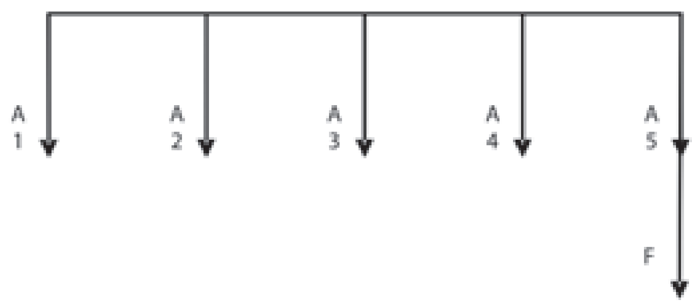
Figura 3 – Exemplo de fluxo de caixa



Exercício resolvido 1.7

Represente o fluxo de caixa de um investimento inicial de R$ 100,00 com mais 4 anuidades de igual valor. Considere uma taxa de juros fixa de 12% a.a e determine o valor futuro no 5º ano.

Figura 4 – Fluxo de caixa do exercício resolvido 1.7



Dados

Anuidade: R$100,00

i = 12% a.a

n = 5 anos

$F = P \times (1 + i)^n$ (Equação 1.5)

Solução

- *F* da primeira prestação (A1) após 4 períodos:
  $F_{A1} = P \times (1 + i)^n$
  $F_{A1} = 100 \times (1 + 0.12)^4 \quad \therefore \quad F_{A1} = R\$157,35$

- *F* da segunda prestação (A2) após 3 períodos:
  $F_{A2} = P \times (1 + i)^n$
  $F_{A2} = 100 \times (1 + 0.12)^3 \quad \therefore \quad F_{A2} = R\$140,49$

- F da terceira prestação (A3) após 2 períodos:
  $F_{A3} = P \times (1 + i)^n$
  $F_{A3} = 100 \times (1 + 0.12)^2 \quad \therefore \quad F_{A3} = R\$125,44$

- F da quarta prestação (A4) após 1 período:
  $F_{A4} = P \times (1 + i)^n$
  $F_{A4} = 100 \times (1 + 0.12)^1 \quad \therefore \quad F_{A4} = R\$120,00$

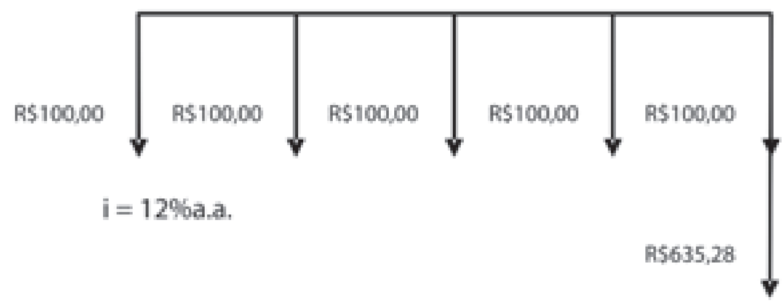
- F da quinta prestação (A5):
  $F_{A5} = R\$100,00$ (não houve ainda juros sobre este valor).

- F da aplicação no 5º ano:
  $F = F_{A1} + F_{A2} + F_{A3} + F_{A4} + F_{A5}$
  $F = R\$157,35 + R\$140,49 + R\$125,44 + R\$120,00 + R\$100,00$
  $F = R\$635,28$

Resposta

No 5º ano, com depósitos anuais de R$ 100,00 e juros de 12% a.a, o valor futuro, ou seja, o saldo em conta, será de R$ 635,28.

Figura 5 – Fluxo de caixa do exercício resolvido 1.7



O caso do exercício resolvido 1.7 apresenta o que se chama de uma *série uniforme*, pois as prestações e os períodos são iguais. Além disto, percebe-se que se trata de uma progressão geométrica (PG). Repare:

$F = A5 + A4 \cdot (1+i)^1 + A3 \cdot (1+i)^2 + A2 \cdot (1+i)^3 + A1 \cdot (1+i)^4$ (Equação 1.6)

Como A5 = A4 = A3 = A2 = A1, chamaremos de *a*.

$F = a + a \cdot (1+i)^1 + a \cdot (1+i)^2 + a \cdot (1+i)^3 + a \cdot (1+i)^4$ (Equação 1.7)

Portanto, uma PG de razão (1+i) e primeiro termo *a*.

Fique ligado!

Progressão geométrica (PG) é uma seqüência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao anterior multiplicado por uma constante chamada razão (q).

Veja alguns exemplos de PG e sua respectiva razão.

- (2, 4, 8, 16, 32, ...): PG crescente de razão 2 (q = 2);
- (3, 12, 48, 192 ...): PG crescente de razão 4 (q = 4);
- (100, 50, 25, ...): PG decrescente de razão 0,5 (q = 0,5);

Numa PG, a soma de seus termos é dada por:

$$S_n = a_1 \times \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$

onde:
a_1 – primeiro termo;
q – razão; (Equação 1.8)
n – número de termos;

Resolvendo o exercício 1.7 com a equação da soma dos termos de uma PG (Equação 1.8), temos:

Dados

i = 12% a.a.
n = 5 anos
a_1 = R$ 100,00
q = (1+i) = (1+0,12) = 1,12

Solução

$$S_n = a_1 \times \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$

$$S_5 = 100 \times \left(\frac{1{,}12^5 - 1}{1{,}12 - 1} \right)$$

S_5 = F = R$635,28

Num fluxo de caixa representado por uma *série uniforme*, o valor futuro pode ser determinado pela equação da soma dos termos de uma PG (Equação 1.8).

$$S_n = a_1 \times \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$

Considerando:
S_n = F (valor futuro)
a_1 = A (valor da anuidade, ou mensalidade, ou ...)
q = 1+i ∴ i = q-1

Podemos, assim, reescrever a equação 1.8 para séries uniformes:

$$F = A \times \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) \qquad \text{(Equação 1.9)}$$

A partir das equações anteriores, surgem vários termos utilizados na matemática financeira. Veja alguns a seguir.

- **Fator de Valor Futuro (F/A)**

Na equação 1.9 temos:

$$F = A \times \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) \quad \therefore \quad \frac{F}{A} = \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) \qquad \text{(Equação 1.10)}$$

Em outras palavras F/A mostra o fator para multiplicar o valor da prestação (A), para que se conheça o valor futuro (F), com os respectivos juros e números de prestações conhecidos.

- **Fator de Amortização (A/F)**

Este fator é o inverso do fator de valor futuro (F/A), ou seja, com ele descobre-se o fator a ser multiplicado o valor futuro (F) para determinar o valor da prestação (A), com os respectivos juros e o número de prestações conhecido.

$$\frac{A}{F} = \left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right) \qquad \text{(Equação 1.11)}$$

- **Fator de Recuperação de Capital (FRC)**

Considere que você pretende, em um determinado período (n), ter, numa aplicação de juros fixos (i) (série uniforme), um valor estipulado (F). Por meio do fator de amortização (A/F) chega-se ao valor do depósito mensal (A) necessário.

Quando depositar a primeira parcela (A_1), qual o fator do valor futuro (F) estará garantido? (obs.: fator é o percentual).

Este valor pode ser definido substituindo a equação 1.5 na equação 1.9:

$$F = P \times (1+i)^n \quad \text{(Equação 1.5)} \quad \text{e} \quad F = A \times \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right) \quad \text{(Equação 1.9)}$$

fazendo a substituição, temos:

$$P \times (1+i)^n = A \times \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

que resulta em:

$$FRC(i, n) = \frac{A}{P} = \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \qquad \text{(Equação 1.12)}$$

Logo, com o fator de recuperação de capital (FRC) também é possível determinar o valor das prestações.

- **Fator de Valor Presente (FVP)**

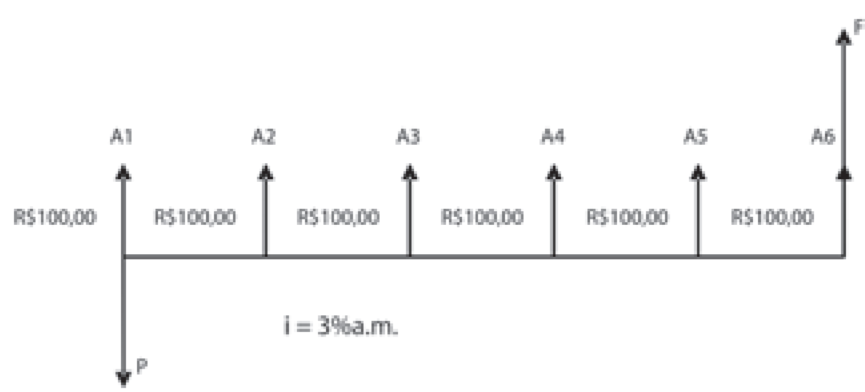
É o inverso do fator de recuperação de capital (FRC). Enquanto em FRC corrigem-se todos os valores para o tempo futuro (F) e determina-se a relação (A/P), em FVP trazem-se os valores para o tempo presente (P) e determina-se a relação (P/A), ou seja, quantas vezes é o valor presente em relação à prestação (A).

$$FVP(i, n) = \frac{P}{A} = \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n} \qquad \text{(Equação 1.13)}$$

Exercício resolvido 1.8

Com base no fluxo de caixa apresentado a seguir, determine o fator de valor futuro (F/A), o fator de amortização (A/F), o fator de recuperação de capital (A/P) e o fator de valor presente (P/A).

Figura 6 – Fluxo de caixa – Exercício resolvido 1.8



Dados

Valor da prestação (A): R$100,00

Número de prestações (n): 6 (meses)

Taxa de juros (i): 3% a.m.

Valor financiado (P): ?

Valor pago (F): ?

Fator de valor futuro (F/A): ?

Fator de amortização (A/F): ?

Fator de recuperação de capital (A/P): ?

Fator de valor presente (P/A): ?

Solução

Vamos começar descobrindo o valor futuro (F) desta negociação. Para isto, utilizamos a equação 1.9:

$$F = A \times \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

$$F = 100,00 \times \left(\frac{(1+0,03)^6 - 1}{0,03} \right) \quad \therefore \quad F = R\$\ 646,84$$

Agora, é possível descobrir o valor do empréstimo (P) utilizando a equação 1.5:

$$F = P \times (1+i)^n \quad \therefore \quad P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

$$P = \frac{646,84}{(1+0,03)^6} \quad \therefore \quad P = R\$\ 541,72$$

O fator de valor futuro é dado pela equação 1.10 e mostrará o fator a ser multiplicado ao valor da prestação para se obter o valor futuro (F):

$$\frac{F}{A} = \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

$$\frac{F}{A} = \left(\frac{(1+0,03)^6 - 1}{0,03} \right) \quad \therefore \quad \frac{F}{A} = 6,4684$$

O fator de amortização (A/F) é dado pela equação 1.11 e permite, dentre outras, determinar o valor da prestação quando se conhece o valor futuro (F), bastando, para isto, a multiplicação de A/F por F.

$$\frac{A}{F} = \left(\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right)$$

$$\frac{A}{F} = \left(\frac{0,03}{(1+0,03)^6 - 1} \right) \quad \therefore \quad \frac{A}{F} = 0,1546$$

Para descobrir o fator de recuperação de capital (FRC), utilizamos a equação 1.12. Com este fator é possível verificar o percentual que cada parcela garante ao valor futuro, bem como descobrir o valor das prestações. Observe:

$$FRC(i,n) = \frac{A}{P} = \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$FRC(i,n) = \frac{A}{P} = \frac{100{,}00}{541{,}72} = 0{,}18459$$

ou, ainda,

$$FRC(i,n) = \frac{0{,}03 \times (1+0{,}03)^6}{(1+0{,}03)^6 - 1} = 0{,}18455$$

Finalmente, para determinar a fator de valor presente (FVP), utiliza-se a equação 1.13.

$$FVP(i,n) = \frac{P}{A} = \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$FVP(i,n) = \frac{P}{A} = \frac{541{,}72}{100{,}00} = 5{,}4172$$

ou, ainda,

$$FVP(i,n) = \frac{(1+0{,}03)^6 - 1}{0{,}03 \times (1+0{,}03)^6} = 5{,}4172$$

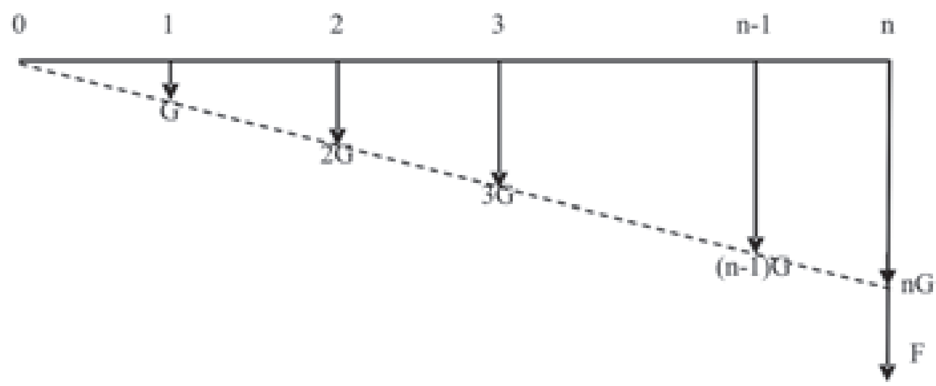
Conclusão

Os fatores que foram determinados permitem encontrar, a partir do número de prestações (n) e taxas de juros (i), os detalhes de um investimento. Conforme o valor conhecido, utiliza-se um ou outro fator para calcular os demais valores desejados.

Podem, também, existir casos em que a taxa de juros e/ou o valor da prestação não são iguais. Trata-se, portanto, de *séries não-uniformes* e cada caso terá sua própria resolução.

Um dos exemplos de série não-uniforme é a *série gradiente*, conforme mostra a Figura 7.

Figura 7 – Série gradiente



Para uma série gradiente, o valor futuro é dado por:

$$F = G \times \left(\frac{(1+i)^{n+1} - i(n+1) - 1}{i^2} \right)$$ (Equação 1.14)

Exercício resolvido 1.9

Um investimento paga rendimentos a uma taxa fixa de 3% a.m. O primeiro depósito é de R$ 500,00. O segundo é de R$ 1.000,00 e assim sucessivamente, sempre aumentando R$ 500,00 em relação ao mês anterior. Qual será o valor em conta quando for depositada a 6ª parcela? Represente o fluxo de caixa deste caso.

Dados Série gradiente
n = 6 (meses)
G = R$ 500,00
i = 3% a.m.

Solução

$$F = G \times \left(\frac{(1+i)^{n+1} - i(n+1) - 1}{i^2} \right)$$

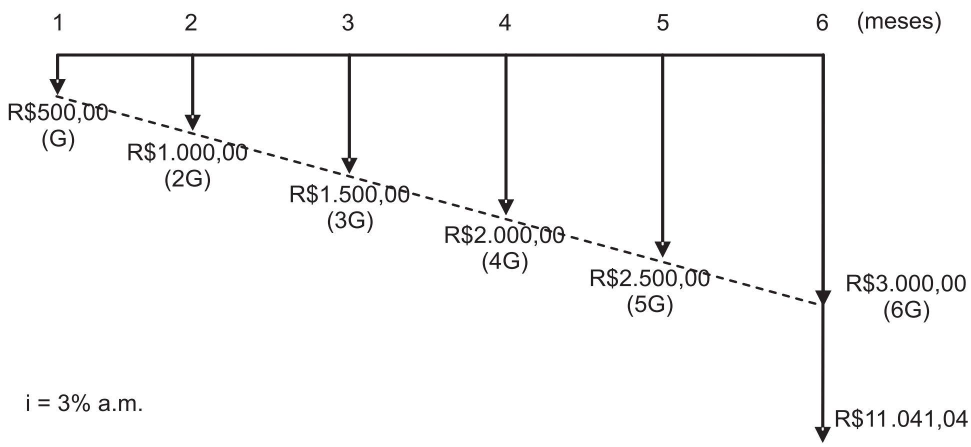
$$F = 500 \times \left(\frac{(1+0{,}03)^{6+1} - 0{,}03(6+1) - 1}{0{,}03^2} \right)$$

$$F = 500 \times \left(\frac{(1{,}03)^7 - 0{,}21 - 1}{0{,}0009} \right)$$

$$F = 500 \times 22{,}08207269$$

$$F = R\$11.041{,}04$$

Figura 8 – Fluxo de caixa do exercício resolvido 1.9



Para confirmar o valor encontrado pela equação da série gradiente (Equação 1.10), acompanhe a Tabela 1, na qual cada depósito foi calculado separadamente, conforme a equação para juros compostos (Equação 1.5).

Tabela 1 – Solução detalhada do exercício resolvido 1.9

Valor depositado (R$)	Taxa de juros (%a. m.)	Períodos (meses)	Valor acumulado (R$)
500,00	3	5	579,64
1.000,00	3	4	1.125,51
1.500,00	3	3	1.639,09
2.000,00	3	2	2.121,80
2.500,00	3	1	2.575,00
3.000,00	3	0	3.000,00
		Total	11.041,04

Para uma série gradiente, o fator de valor futuro (F/G) e o fator de valor presente (P/G) podem ser encontrados pelas seguintes expressões:

$$\frac{F}{G} = \frac{(1+i)^{n+1} - (1+n \cdot i+i)}{i^2} \qquad \text{(Equação 1.15)}$$

$$\frac{P}{G} = \frac{(1+i)^{n+1} - (1+n \cdot i+i)}{i^2 \cdot (1+i)^n} \qquad \text{(Equação 1.16)}$$

Voltando ao desafio

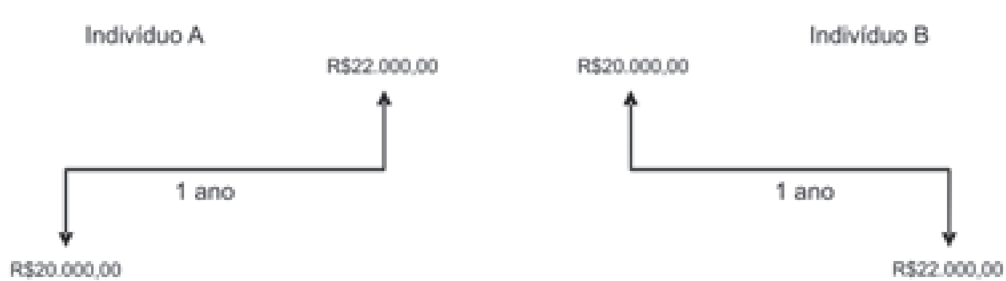
Vamos, agora, voltar ao desafio apresentado no início deste capítulo, que falava dos indivíduos *A* e *B*. Vamos revê-lo.

Considere a seguinte situação: dois indivíduos *A* e *B* acertam entre si um empréstimo. O indivíduo *A* empresta para o *B* R$ 20.000,00 para que em um ano receba R$ 22.000,00 de volta. Quem ganha e quem perde nesta transação? Como representar matematicamente este acerto e definir os termos dos valores envolvidos?

Primeiramente, afirmar quem ganha e quem perde é muito relativo, mas em princípio negócios só são feitos quando é bom para ambas as partes. Neste caso, o indivíduo *A* abriu mão de um *valor presente* em troca de um *valor futuro* maior, ou seja, com *juros*. Se ele não precisou deste dinheiro no período e o juro que recebeu foi maior do que o da caderneta de poupança, onde o dinheiro estava aplicado, o negócio foi bom. O indivíduo *B*, embora tenha pagado juros, teve a oportunidade de realizar suas necessidades com o dinheiro que lhe faltava. Assim, o benefício próprio foi maior do que o juro pago; portanto, foi um bom negócio.

O fluxo de caixa que representa esta situação é o seguinte:

Figura 9 – Fluxo de caixa do desafio – Capítulo 1



Se tomarmos como hipótese a taxa de juros da caderneta de poupança no valor de 6% a.a. neste período, e que as financeiras estariam cobrando 15% a.a. nos empréstimos, podemos verificar o valor dos juros que renderiam os R$20.000,00 nesta aplicação, com o uso da equação 1.3:

F = P x (1 + i)
F = R$20.000,00 x 1,06
F = R$21.200,00

Com a mesma equação podemos descobrir quanto o indivíduo *B* teria que pagar por este empréstimo:

F = P x (1 + i)

F = R$20.000,00 x 1,15

F = R$23.000,00

Portanto, considerando a hipótese apresentada, ambos ganharam com esta negociação. Tudo isto, porém, poderia ter acontecido ao contrário.

O próximo capítulo nos mostrará como decidir, ao trabalhar com situações idênticas, usando critérios bem pensados para tentar, sempre, realizar bons negócios.

Resumindo

Neste capítulo você aprendeu que:

- o juro é um taxa percentual incidente sobre um valor ou quantia, numa unidade de tempo determinada, existindo *juros simples*, calculados somente sobre o capital inicial e *juros compostos*, onde calculam-se juros sobre juros;
- o *fluxo de caixa* é uma maneira de representar graficamente entradas e saídas de capitais, para facilitar a visualização destes acontecimentos, a fim de se realizar uma análise econômica de investimento;
- a análise do *custo de oportunidade* é a avaliação das alternativas para definir que melhores resultados financeiros trará.

Aprenda mais

Uma boa dica para fixar bem esses assuntos é pegar folhetos promocionais de mercados, lojas e outros tipos de comércio, e procurar aplicar estes conceitos. Existem ali vários produtos com preço a prazo e preço à vista.

Sabe aquele boleto de pagamento que você pagou uma vez? A fatura do cartão de crédito? São excelentes para praticar esses conhecimentos.

Busque, também, outros livros sobre este assunto. Visite uma biblioteca! Lembre-se que a tecnologia nos dias de hoje, por meio da *internet*, permite-nos fazer estas visitas sem sair de casa. Então, não perca tempo! Afinal, *quem anda ligeiro chega primeiro*!


A
A
F

Capítulo 2

CRITÉRIOS PARA TOMADA DE DECISÃO

Iniciando nossa conversa

Todos os dias somos obrigados a tomar decisões. Às vezes acertamos, às vezes, não. Para acertar mais, é importante tomar decisões baseadas em critérios, o que nos dá maior probabilidade de atingir os objetivos.

Na vida, cada um tem os seus critérios que são influenciados por nossa educação, cultura e religião, entre outros. Quando se trata, porém de investimentos financeiros, podemos recorrer à *matemática financeira*, ou seja, a parte da matemática que aborda especificamente este assunto definindo regras e alternativas bem claras e assim ter grandes chances de escolher a melhor opção.

Para alcançar maior eficiência energética, muitas vezes será necessário tomar decisões que envolvam custos. Para tanto, é preciso conhecer métodos que ajudam a tomar decisões necessárias.

Os critérios para tomada de decisão baseados em análise econômica utilizam-se das expressões apresentadas no capítulo anterior. Veremos neste capítulo os quatro métodos elementares para análise de investimentos: valor presente líquido, valor anual líquido, tempo de retorno de capital e taxa interna de retorno.

Quando comparadas entre si, cada uma dessas técnicas apresenta vantagens e desvantagens, o que exige, de quem as aplica, o conhecimento de suas limitações e de seus pontos positivos.

A seguir, serão apresentados estes conceitos, utilizando exercícios resolvidos. Os casos serão baseados em séries uniformes, que permitem a utilização das equações apresentadas até aqui.

Objetivos

Neste capítulo, temos como objetivos a serem atingidos:

- realizar a análise de investimentos pelo método do *valor presente líquido*;
- realizar a análise de investimentos pelo método do *valor anual líquido*;
- realizar a análise de investimentos pelo método da *taxa interna de retorno*; e
- realizar a análise de investimentos pelo método do *tempo de retorno de capital*.

Um desafio para você

Na sua empresa uma determinada máquina realiza uma produção de 200 peças/hora, com lucro líquido de R$ 50,00. Este lucro pode ser aumentado para R$ 52,00, caso invista-se em capacitores para melhorar o FP atual da máquina, de forma que não se pague mais multas por este item, como está acontecendo atualmente (ou seja, R$ 2,00 do custo de produção equivale à multa por baixo fator de potência). O custo da instalação dos capacitores é de R$ 10.000,00, que pode ser pago em até 10 prestações, com juros de 2,9% a.m. Instalar os capacitores será lucrativo ou não?

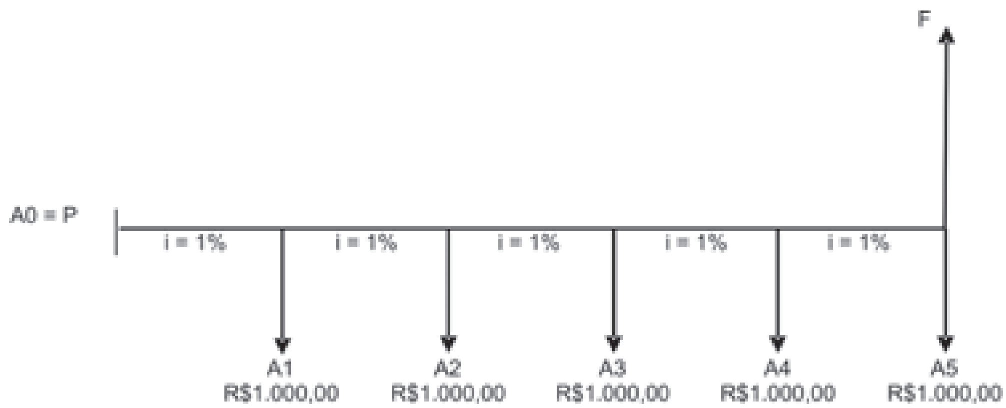
Conheça, a seguir, alguns métodos de análise de investimentos para responder à questão do desafio.

Valor Presente Líquido (VPL)

Este método de análise consiste em trazer para o presente os valores futuros de um fluxo de caixa e compará-los ao investimento inicial. Assim, será possível verificar se é ou não viável a negociação a ser feita. Nesse caso, ao trazer para o presente os valores futuros, considera-se que o valor do dinheiro muda ao longo do tempo, ou seja, uma determinada quantia, hoje, não tem o mesmo valor futuramente.

Para exemplificar, analisaremos o fluxo de caixa a seguir, em que as prestações se darão em 5 parcelas de R$ 1.000,00.

Figura 10 – Fluxo de caixa



Caso a nossa necessidade fosse calcular o valor futuro desta série uniforme, teríamos que corrigir cada parcela individualmente até a data da última prestação, como demonstrado no capítulo anterior (equação 1.9).

$$F = A \times \left(\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right)$$

$$F = 1.000,00 \times \left(\frac{(1+0,01)^5 - 1}{0,01} \right)$$

$F = R\$5.101,00$

Porém, nesse caso, o que se deseja fazer é corrigir os valores para o presente, ou seja, deve-se *desvalorizar* as parcelas para valores atuais. Calcularemos, então, quanto valia cada R$1.000,00 anteriormente. Para isso, deduzimos a equação 1.5, do capítulo anterior, para juros compostos e determinamos, por meio da soma destes valores, quanto esse montante vale no tempo presente.

$F = P \times (1+i)^n$

Onde, isolando P, temos:

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

Tabela 2 – Determinação do valor presente para cada termo

Parcela	Valor (R$)	Tempo de aplicação (períodos)	Taxa de juros por período	Valor corrigido para o presente (R$)
A1	1.000,00	1	1%	990,10
A2	1.000,00	2	1%	980,29
A3	1.000,00	3	1%	970,59
A4	1.000,00	4	1%	960,98
A5	1.000,00	5	1%	951,47
			Total	4.853,43

Para determinar, de forma mais rápida, o valor presente, utiliza-se a seguinte equação:

VP = A x FVP(i,n) (Equação 2.1)

Onde:
A = valor da prestação

$FVP(i,n) = \frac{P}{A} = \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$ = fator de valor presente (Equação 1.13)

O exemplo anterior, calculado pela equação do valor presente, fica:

$$VP = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$VP = 1.000{,}00 \times \frac{(1+0{,}01)^5 - 1}{0{,}01 \times (1+0{,}01)^5}$$

$$VP = 1.000{,}00 \times 4{,}85343 \qquad VP = R\$\ 4.853{,}43$$

Obtém-se, portanto, o mesmo resultado encontrado na Tabela 2.

Exercício resolvido 2.1

Uma empresa necessita fazer a correção do fator de potência de uma de suas plantas e possui dois orçamentos. O primeiro propõe o pagamento, em 60 prestações, de R$1.050,00 e a outra proposta estipula 36 prestações de R$1.660,00.

Considerando que a empresa pode assumir qualquer uma das propostas, use o critério do valor presente (VP) para definir a melhor alternativa. Para isso, considere uma inflação de 0,5% a.m.

Solução

$$VP = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

Para 36 prestações de R$1.660,00

$$VP = 1.660,00 \times \frac{(1+0,005)^{36} - 1}{0,005 \times (1+0,005)^{36}} \qquad VP = R\$\ 54.565,85$$

Para 60 prestações de R$1.050,00

$$VP = 1.050,00 \times \frac{(1+0,005)^{60} - 1}{0,005 \times (1+0,005)^{60}} \qquad VP = R\$\ 54.311,84$$

Portanto, pelo critério do VP, em 60 prestações o valor do serviço é mais compensatório do que em 36.

Comentário sobre a questão

Se este caso fosse analisado sem considerar os juros que se terá no período, o total a ser pago seria determinado conforme é mostrado no Quadro 2.

Quadro 2 – Determinação do valor total sem considerar os juros no período

Total em 36 prestações	Total em 60 prestações
36 x R$ 1.660,00	60 x R$ 1.050,00
R$ 59.760,00	R$ 63.000,00

Esse raciocínio mostra que em valores absolutos, com 60 prestações haverá um custo maior. Porém, não está sendo considerada a taxa de juros, e isto faz com que o valor não represente uma situação real, mostrando inclusive, neste caso, diferente avaliação da obtida pelo método do VP.

Conhecendo-se, então, o conceito de valor presente, podemos compreender o que significa valor presente líquido (VPL). Para determiná-lo, basta subtraí-lo do investimento inicial (I) conforme a Equação 2.2.

$$VPL = VP - I$$

$$\text{Como} \quad VP = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$\text{Temos:} \quad VPL = [A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}] - I \qquad \text{(Equação 2.2)}$$

Este método é usado como critério para comparar dois ou mais projetos, ajudando a verificar qual é o mais interessante, desde que tenham a mesma vida útil, ou seja, os projetos devem ser para um mesmo tipo de produto ou serviço, para que a comparação seja coerente.

Quando o VPL encontrado for zero, isto significa que não se ganha nem se perde no investimento. Um investimento atrativo tem um VPL positivo. Já para um VPL negativo, o investimento não deve ser bom.

Valor Anual Líquido (VAL)

Este método de análise de investimento é utilizado assim como o VPL, para comparar duas ou mais situações. A diferença básica é que neste não existe a necessidade de se comparar projetos de mesmos períodos de duração, podendo, então, comparar produtos e/ou serviços de duração diferentes e que precisam de reposição contínua, por tempo indeterminado inclusive.

Mas como isso é possível?

O que se faz é trabalhar com resultados anuais de cada caso. Unifica-se a base de tempo e esta passa a ser a referência. Determinar-se-á, portanto, o quanto representa o projeto por ano, considerando todas as entradas e todas as saídas que se visualiza no fluxo de caixa.

Quando o VAL for positivo, trata-se de uma alternativa aceitável. Na comparação entre dois projetos de investimento, aquele que apresentar o maior VAL é o mais atrativo (maior receita ou menor custo).

Portanto, a grande vantagem na utilização do VAL numa análise é poder selecionar alternativas, sem a necessidade de que tenham o mesmo período de duração.

Exercício resolvido 2.2

Deseja-se investir num sistema de iluminação. Um dos projetos analisados prevê a instalação de lâmpadas para 7.300h de vida média útil, com potência total de 15kW. Sabendo-se que:

- o custo total de instalação é de R$ 7.860,00;
- 1kWh custa R$0,15;
- o uso diário deste sistema é, em média, de 5h;

Qual o valor anual de custos deste investimento, considerando uma taxa de juros de 12% a.a?

Solução

Vamos primeiramente determinar o custo anual do consumo de energia do sistema de iluminação:

Consumo = potência x tempo
Consumo = 15kW x 5h x 365dias
Consumo = 27.375 kWh/ano

Agora determinamos o custo anual deste consumo:
Custo = R$ 0,15 x 27.375kWh
Custo= R$ 4.106,25

Vamos, então, verificar qual o tempo de duração deste sistema:

$$\text{Tempo de duração} = \frac{7300\text{hs}}{5\text{hx } 365\text{dias}} = 4 \text{ anos}$$

Como o sistema de iluminação terá uma vida média de quatro anos, vamos distribuir o custo de instalação neste tempo e verificar seu custo anual. Neste caso, devemos lembrar que a taxa de juros é de 12% a.a.

O que estamos procurando é o valor da parcela para uma taxa de juros de 12%, para 4 períodos, em que o valor presente é de R$ 7.860,00, ou seja, o valor do investimento inicial.

Para isto utilizamos a equação 1.12 do fator de recuperação de capital (FRC).

$$FRC(i,\ n) = \frac{A}{P} = \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \qquad \text{(Equação 1.12)}$$

$$A = P \times \frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$A = 7.860{,}00 \times \frac{0{,}12 \times (1+0{,}12)^4}{(1+0{,}12)^4 - 1} = \text{R\$ } 2.587{,}78/\text{ano}$$

Finalmente, podemos determinar o custo deste sistema no ano, somando-se os custos calculados:

Tabela 3 – Exercício resolvido 2.2

Consumo anual	R$ 4.106,25
Valor dos pagamentos	R$ 2.587,78
Valor do custo anual	**R$ 6.694,03**

Atenção!

Neste exemplo analisamos somente um projeto, sem verificar os benefícios, ou seja, consideraram-se só as despesas. Para determinar o VAL, compara-se este valor de despesa com o valor da receita e verifica-se a viabilidade do projeto.

Esse método é interessante para comparar diferentes sistemas. No caso anterior pode-se fazer outro projeto com diferentes tipos de lâmpadas e custos de instalação e compará-los facilmente.

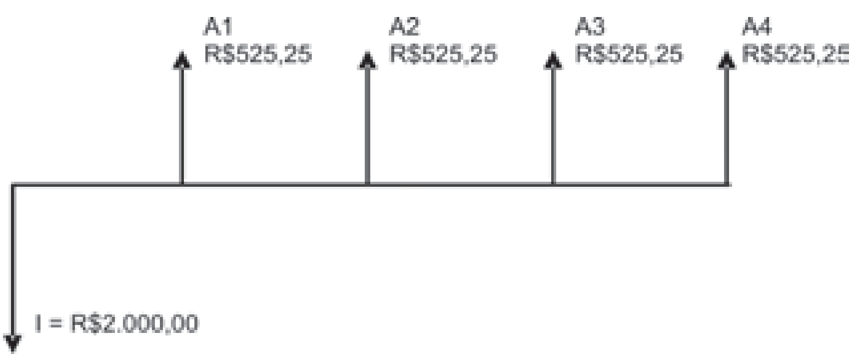
Taxa Interna de Retorno (TIR)

É a taxa de juros que determina o ponto de equilíbrio em um investimento, quando comparado ao valor presente (VP) e ao valor do investimento (I). É, então, a taxa de juros que faz o valor presente líquido (VPL) ser igual a zero, ou seja, não existe nem prejuízo, nem lucro (ponto de equilíbrio).

Exercício resolvido 2.3

Veja o fluxo de caixa a seguir.

Figura 11 – Fluxo de caixa do exercício resolvido 2.3



Este fluxo mostra que, para um investimento inicial de R$ 2.000,00, haverá quatro pagamentos de R$ 525,25. Se uma aplicação financeira paga 2% ao período, a negociação feita conforme o fluxo anterior foi melhor ou pior?

Solução

Utilizando o critério do valor presente líquido (VPL), temos, conforme a equação 2.2:

$$VPL = \left[A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}\right] - I$$

$$VPL = \left[525{,}25 \times \frac{(1+0{,}02)^4 - 1}{0{,}02 \times (1+0{,}02)^4}\right] - 2.000{,}00$$

$$VPL = 2.000{,}00 - 2.000{,}00 \quad \therefore \quad VPL = \text{zero}$$

Neste caso, uma taxa de juros de 2% faz com que VPL seja zero, ou seja, apresentou o mesmo rendimento que a aplicação. Portanto, esta é a taxa interna de retorno (TIR) deste fluxo de caixa, ou seja, o ponto de equilíbrio entre o valor presente (VP) e o valor do investimento (I).

Exercício resolvido 2.4

Para o fluxo de caixa da questão anterior, determine o VPL para taxas de juro de 1%; de 1,5%; de 2% e de 2,5%. A seguir, faça um gráfico do valor presente líquido (VPL) em função da taxa de juros (i). Determine em que casos é viável e em que casos não é viável o investimento.

Solução

Utilizando a equação do VPL, podemos completar o Quadro 3.

Quadro 3 – VPL em função da taxa de juros (i) no exercício resolvido 2.4

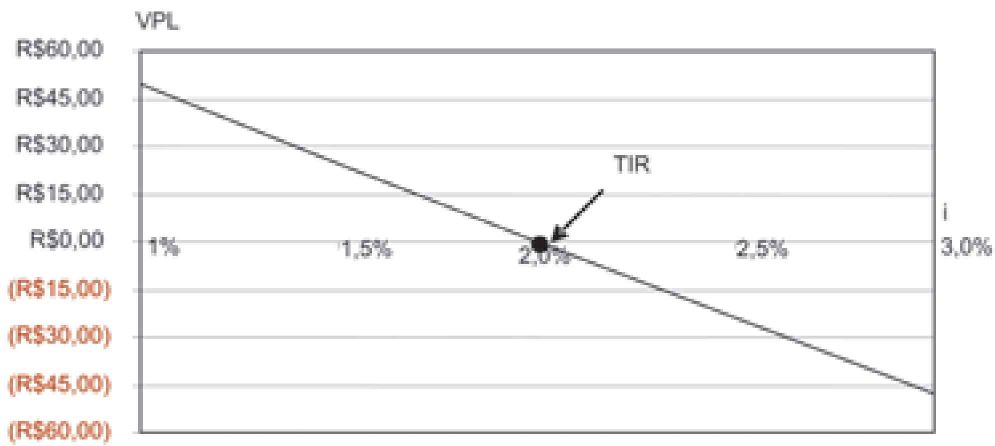
Taxa de juros (i)	Valor Presente Líquido (VPL)
1,0%	R$ 49,51
1,5%	R$ 24,52
2,0%	R$ 0,00
2,5%	(R$ 24,02)
3.0%	(R$ 47,59)

Fique ligado!

Em matemática financeira representam-se valores negativos, utilizando-se parênteses em vez do sinal de menos (-).

Com este quadro é possível criar um gráfico. A utilização de uma planilha eletrônica facilita a execução deste gráfico.

Gráfico 1 – VPL em função de *i* conforme Quadro 3



Analisando 0 Quadro 3 e o Gráfico 1, verifica-se que, para taxas de juro abaixo de 2% (VPL > 0), o negócio é viável. Para taxas acima de 2% (VPL < 0), haverá prejuízo.

Para este caso, a taxa de juros que faz VPL = 0 é de 2%. Esta é a taxa interna de retorno (TIR) deste investimento.

Não existe uma solução algébrica, ou seja, uma equação pronta para a taxa interna de retorno (TIR), devendo ser calculada mediante um processo de simulação gráfica.

Tempo de Retorno de Capital (n)

O critério do tempo de retorno de capital, também conhecido por *payback* é, sem dúvida, o mais difundido no meio técnico para análises de viabilidade econômica, principalmente devido à sua facilidade de aplicação.

O tempo de retorno de capital pode ser determinado de duas maneiras:

- *payback* não descontado;
- *payback* descontado.

No caso do *payback* não descontado, leva-se em consideração apenas o custo do investimento e o benefício que este trará, sem considerar o custo de capital, ou seja, as taxas de juros. Para determiná-lo, utiliza-se a seguinte equação:

$$n = \frac{I}{A} \qquad \text{(Equação 2.3)}$$

Onde:
n = tempo de retorno
I = investimento realizado
A = economia proporcionada

Para o *payback* descontado, obtém-se o tempo de retorno considerando as taxas de juros. Neste caso, a equação a ser utilizada é:

$$n = -\frac{\ln\left(1 - \frac{I \times i}{A}\right)}{\ln(1 + i)} \qquad \text{(Equação 2.4)}$$

Onde:
n = tempo de retorno
I = investimento realizado
A = economia proporcionada
i = taxa de juros

Fique ligado!

Logaritmo natural ou Neperiano (Ln) é o logaritmo de base e (e=2,718...). O logaritmo é um recurso matemático, usado, entre outras aplicações, para se descobrir expoentes em uma equação, o que acontece neste caso. Para esta aplicação, também pode ser usada qualquer outra base para o logaritmo, como o logaritmo decimal, por exemplo.

A equação 2.4 é uma dedução da equação do valor presente líquido 2.2, quando VPL = 0 e o dado que falta é o *n*.

Exercício resolvido 2.5

Calcular o tempo de retorno não descontado, para um investimento em uma tecnologia de iluminação que garante a economia mensal de R$ 50,00, a um investimento inicial de R$300,00. Calcular, também, o tempo de retorno descontado, considerando uma taxa de juros de 2% a.m.

Dados

I = R$300,00

A = R$50,00

i = 2% a.m.

Solução para tempo de retorno não descontado

$$n = \frac{I}{A} \quad \rightarrow \quad n = \frac{300}{50} \quad \therefore \quad n = 6 \text{ meses}$$

Solução para tempo de retorno descontado

$$n = -\frac{\log\left(1 - \frac{I \times i}{A}\right)}{\log(1 + i)} \quad \rightarrow \quad n = -\frac{\log\left(1 - \frac{300 \times 0{,}02}{50}\right)}{\log(1 + 0{,}02)}$$

$$n = 6{,}45 \text{ meses}$$

Atenção!

Se o custo de capital (taxa de juros) for considerado, o tempo de retorno será maior do que no caso de não considerá-lo.

Voltando ao desafio

E o desafio do início do capítulo? Devemos ou não instalar capacitores? Em primeiro lugar, como profissional competente e responsável, é preciso ter em mente que quando se paga uma multa é porque estamos fazendo algo inadequado e, portanto, é nossa obrigação consertar imediatamente aquilo pelo qual estamos sendo punidos. Não interessa se compensará ou não pagarmos, o certo é que devemos pagar e não repetir os erros.

No caso deste desafio onde estamos aumentando o lucro, um critério que pode ser aplicado é o do tempo de retorno de capital. Para facilitar nossa conclusão vamos calcular este tempo com a opção não descontado. Assim usaremos a equação 2.3.

$$n = \frac{I}{A} \qquad n = \frac{R\$10.000,00}{R\$2,00} \qquad n = 5.000 \text{ horas}$$

Veja então que será lucrativo este investimento somente se tiver produção para mais de 5.000 horas. Para uma produção menor do que isto, o investimento não se pagaria.

Embora possa-se chegar a esta conclusão, é extremamente indicado realizar a correção do FP para que a instalação elétrica atenda a legislação em vigor para qualquer situação. Devemos ter consciência de que desta forma estaremos contribuindo com o meio-ambiente, já que a correção do FP faz com que o sistema elétrico fique mais aliviado, e assim fazendo nossa parte de bom cidadão.

Os conhecimentos adquiridos ao longo deste capítulo mostram que existem métodos para se fazer escolhas com critérios bem significativos. Isso comprova que não é preciso escolher um investimento pedindo "ajuda aos céus", mas analisando-o com critérios bem definidos e até mesmo padronizados, o que tornará mais fácil a decisão.

Resumindo

Neste capítulo conhecemos quatro critérios amplamente utilizados na tomada de decisão para realizar ou não um determinado investimento.

Critério é aquilo que serve de norma para julgar, decidir ou proceder em relação a algo e assim melhor justificar uma ação e ter menos chance de erros.

O critério do *valor presente líquido* (VPL) confronta situações, trazendo os custos e benefícios (despesas e receitas) para o momento presente, visando compará-los com o investimento inicial.

O *valor anual líquido* (VAL), da mesma forma, confronta situações, mas avaliando o resultado anual de cada uma, o que permite comparar projetos com diferentes tempos de validade.

A *taxa interna de retorno* (TIR) ajuda-nos a determinar a taxa de juros que faz uma aplicação empatar suas despesas e receitas. Assim, pode-se saber quando uma taxa representa lucro ou prejuízo, no caso de estar acima ou abaixo da TIR.

Por fim, vimos o *tempo de retorno de capital* (TRC), o *payback*, que mostra em quanto tempo um investimento se paga.

Aprenda mais

Para que você aprenda mais sobre o assunto, no Capítulo 4 preparamos algumas aplicações que utilizam os critérios aqui estudados. Antes, procure entender bem cada um destes quatros critérios. Tente fazer sozinho os exercícios resolvidos deste capítulo, para estar bem "afiado" pelo caminho que temos pela frente.

Como citado anteriormente, a matemática possui uma área chamada de *matemática financeira*, em que estes assuntos são tratados. Um estudo em outras fontes sobre este tema poderá ampliar o seu conhecimento sobre o assunto.


A
A
F

Capítulo 3

RISCO E INCERTEZA

Iniciando nossa conversa

A realização de um investimento quase sempre gera indecisões no momento de sua efetivação, às vezes por dúvidas em relação a situação econômica da empresa ou do país, da confirmação ou não de alguns negócios, da busca de novas formas de investimentos. Quando se avalia tecnicamente as situações, é possível diminuir os erros e, conseqüentemente, aumentar os acertos. Assim, veremos neste capítulo dois fatores que são fundamentais para um investimento e que é preciso saber diferenciar: o *risco* e a *incerteza*.

Objetivos

Ao estudar este capítulo, temos como objetivos:

- Diferenciar risco e incerteza; e
- Avaliar uma situação e defini-la como risco ou incerteza.

Um desafio para você

Surge a necessidade de um investimento na empresa onde você trabalha. Os motores elétricos *Standard* estão com sua vida útil encerrada e deverão ser substituídos por novos. A fábrica não está utilizando sua capacidade total, mas existem tratativas para a entrada de uma nova encomenda, quando serão necessárias novas máquinas. A substituição ocorrerá sem colocar o caixa da empresa no negativo, caso entre este novo serviço. Mas se isto não ocorrer? Como analisar esta necessidade de investimento?

Conceitos de risco e incerteza

O conceito de risco pode apresentar diferentes sentidos, dependendo do contexto em que estiver inserido. De forma simples, podemos dizer que existe uma situação de risco quando as probabilidades dos resultados das decisões são conhecidas.

Mas existem casos em que não se conhecem as probabilidades dos resultados que poderão acontecer. É como "dar um tiro no escuro". Este caso é conhecido como uma situação de incerteza. Uma incerteza permite definir várias possibilidades, mas não probabilidades.

Fique ligado!

Risco – situação que permite conhecer as probabilidades quanto aos resultados das decisões.

Incerteza – situação em que não se conhece as probabilidades quanto aos resultados das decisões.

Na área energética, as incertezas e, conseqüentemente, os riscos estão ligados a situações como previsão de crescimento da demanda e, também, às políticas econômicas adotadas pelo governo.

Fique ligado!

Quanto mais incertezas houver em um determinado projeto, maiores serão os riscos e quanto mais se reduzem as incertezas, menor será o risco.

Um exemplo bem simples de risco e incerteza pode ser a construção de uma termelétrica para operar com gás natural, cujo preço esteja atrelado a uma moeda estrangeira, como o dólar. Se o valor do dólar sofrer mudanças muito rápidas e de forma imprevisível, ou seja, comportar-se com muita incerteza, maior será o risco deste projeto.

Voltando ao desafio

E o caso dos motores que necessitam ser substituídos? Veja que existe uma incerteza sobre a entrada ou não de um novo serviço. Com isto surge o risco de se fazer a substituição dos motores e não ter dinheiro para pagar a dívida gerada. Se for diminuída a incerteza de este negócio ser ou não realizado, menor será o risco para fazer este investimento.

Resumindo

Risco e incerteza são dois conceitos diferentes. Define-se como situação de risco aquela em que as probabilidades dos resultados das decisões são conhecidas e como situação de incerteza, quando estas não são conhecidas.

Aprenda mais

Procure situações em que é necessária a realização de um investimento. Em cada caso, procure as situações de incerteza e as situações de risco. Busque alternativas para reduzir as incertezas e compare como ficam o riscos em cada caso. Para aprofundar-se mais neste assunto, busque tomar conhecimento sobre o que é uma *taxa mínima de atratividade de investimento* e o que o *desvio padrão* tem a ver com isto.


A
A
F

Capítulo 4

APLICAÇÕES

Iniciando nossa conversa

Nos capítulos anteriores, vimos vários conceitos utilizados em uma análise econômica de investimentos. Cada conceito foi acompanhado de exercícios resolvidos, conforme iam sendo apresentados.

Neste capítulo, teremos cinco situações em que revisaremos parte do que já foi visto, servindo, assim, de reforço do conteúdo estudado. Cada situação possui respostas detalhadas, mas fica a sugestão de que antes de ver as resoluções, você tente por sua conta fazê-las, buscando dicas nos capítulos anteriores. Depois, compare sua solução com a que é mostrada. Lembre-se: o aprendizado verdadeiro é resultado de uma forte dedicação e de muitas tentativas.

Objetivos

Nossos objetivos neste capítulo são:

- praticar os conceitos estudados nos capítulos anteriores;
- desenvolver a capacidade de analisar investimentos.

Um desafio para você

Imagine que você tem a necessidade de fazer um investimento e a decisão de como fazê-lo é sua tarefa. Para isto, uma análise de acordo com os métodos conhecidos passa a ter muita importância, para dar sustentação a sua decisão. Como analisar um investimento? Qual a melhor maneira?

Primeira aplicação

Assunto: Valor presente (VP) e valor futuro (VF)

Para um VP de R$1.000,00, calcular o valor futuro para 10 diferentes períodos, a partir de 1 até 10, considerando taxas de juro por período, de 0%, 5%, 10%, 15% e 20%. Esboçar um gráfico de como o VF se comporta em cada situação.

Solução

Do Capítulo 1 – *Conceitos básicos*, buscamos a equação 1.5

$$\mathbf{F = P \times (1 + i)^n}$$

Onde:
F = VF = valor futuro
P = VP = valor presente
i = taxa de juros
n = quantidade de períodos

Utilizando esta equação é possível calcular cada situação. Para facilitar a apresentação dos resultados, vamos montar um quadro com as respostas de cada caso. Em todas elas utiliza-se a equação 1.5 para obter-se a resposta.

Quadro 4 – Valor futuro para diversas taxas de juros e períodos, com valor presente de R$1.000,00

Valor futuro (R$)		Taxa de juros (%)				
		0	5	10	15	20
Período	1	R$ 1.000,00	R$ 1.050,00	R$ 1.100,00	R$ 1.150,00	R$ 1.200,00
	2	R$ 1.000,00	R$ 1.102,50	R$ 1.210,00	R$ 1.322,50	R$ 1.440,00
	3	R$ 1.000,00	R$ 1.157,63	R$ 1.331,00	R$ 1.520,88	R$ 1.728,00
	4	R$ 1.000,00	R$ 1.215,51	R$ 1.464,10	R$ 1.749,01	R$ 2.073,60
	5	R$ 1.000,00	R$ 1.276,28	R$ 1.610,51	R$ 2.011,36	R$ 2.488,32
	6	R$ 1.000,00	R$ 1.340,10	R$ 1.771,56	R$ 2.313,06	R$ 2.985,98
	7	R$ 1.000,00	R$ 1.407,10	R$ 1.948,72	R$ 2.660,02	R$ 3.583,18
	8	R$ 1.000,00	R$ 1.477,46	R$ 2.143,59	R$ 3.059,02	R$ 4.299,82
	9	R$ 1.000,00	R$ 1.551,33	R$ 2.357,95	R$ 3.517,88	R$ 5.159,78
	10	R$ 1.000,00	R$ 1.628,89	R$ 2.593,74	R$ 4.045,56	R$ 6.191,74

Vamos conferir aleatoriamente dois valores do quadro:

i = 5% e n = 8:

$F = P \times (1 + i)^n$
$F = 1.000,00 \times (1 + 0,05)^8$
$F = 1.000,00 \times (1,05)^8$
$F = 1.000,00 \times 1,47746$
F = R$1.477,46 (Portanto, confere com o valor do Quadro 4)

i = 20% e n = 6:

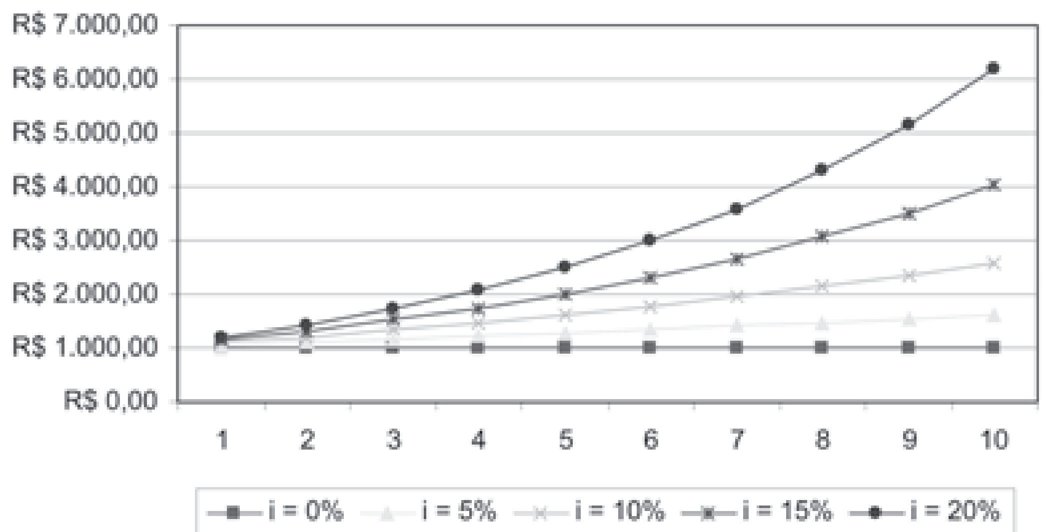
$F = P \times (1 + i)^n$
$F = 1.000,00 \times (1 + 0,20)^6$
$F = 1.000,00 \times (1,2)^6$
$F = 1.000,00 \times 2,98598$
F = R$2.985,98 (Portanto, confere com o valor do Quadro 4)

Fique ligado!

Agora escolha outros valores e confira. Lembre-se da importância de realizar os exercícios para fixação do aprendizado!

O próximo passo é esboçar o gráfico. Neste caso, num só gráfico vamos colocar as cinco situações de taxas de juros para os 10 períodos. No eixo horizontal do gráfico ficam os períodos. No eixo vertical, ficam os valores futuros respectivos.

Gráfico 2 – Valor futuro para diversas taxas de juros e períodos, com valor presente de R$ 1.000,00



Olhando os valores no Quadro 4 e/ou no Gráfico 2, é possível observar que, à medida que o período da aplicação do capital aumenta, para uma mesma taxa de juros, o valor futuro da aplicação aumenta na proporção da taxa de juros. Importante visualizar que este aumento não é linear, mas exponencial.

Para um aumento na taxa de juros, o valor futuro da aplicação aumenta ainda mais. Para um mesmo período de tempo, o valor futuro será maior quanto maior for a taxa de juros.

Também é possível visualizar que, para um aumento mais rápido de capital, investimentos com taxas de juros maiores são mais eficientes do que aplicações com maiores períodos. Veja que se aplicarmos R$ 1.000,00 para obtermos R$ 2.000,00 a uma taxa de 10%, serão necessários 7 períodos, enquanto a uma taxa de 15% precisa-se apenas de 5 períodos.

Segunda aplicação

Assunto: Valor presente líquido de uma série uniforme (VPL)

a- Qual o valor presente líquido de um investimento em uma central que custa R$ 10.000.000,00 e garante uma renda anual de R$ 2.000.000,00 durante 20 anos, a uma taxa de juros de 12%?

b- Nestas condições, você participaria do investimento?

c- Qual seria o valor presente líquido para o mesmo caso, se a taxa de juros fosse de 10%?

Solução

Questão a

Pesquisando no Capítulo 2 o assunto VPL, encontramos a equação 2.2

$$VPL = [A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}] -$$

Onde:
A = renda anual (R$ 2.000.000,00)
i = taxa de juros por período (12%)
n = Número de períodos (20 anos)
I = investimento inicial (R$10.000.000,00)

Resolvendo temos:

$$VPL = [R\$\ 2.000.000{,}00 \times \frac{(1+0{,}12)^{20} - 1}{0{,}12 \times (1+0{,}12)^{20}}] - R\$\ 10.000.000{,}00$$

$$VPL = [R\$\ 2.000.000{,}00 \times \frac{(1{,}12)^{20} - 1}{0{,}12 \times (1{,}12)^{20}}] - R\$\ 10.000.000{,}00$$

$$VPL = [R\$\ 2.000.000{,}00 \times \frac{9{,}64629 - 1}{0{,}12 \times 9{,}64629}] - R\$\ 10.000.000{,}00$$

$$VPL = [R\$\ 2.000.000{,}00 \times \frac{8{,}64629}{1{,}157555}] - R\$\ 10.000.000{,}00$$

$$VPL = [R\$\ 2.000.000{,}00 \times 7{,}469443624] - R\$\ 10.000.000{,}00$$

$$VPL = [R\$\ 14.938.887{,}25] - R\$\ 10.000.000{,}00$$

$$VPL = R\$\ 4.938.887{,}25$$

Mas o que este valor significa?

Nesta aplicação, o investidor desembolsa inicialmente R$ 10.000.000,00 para receber este valor de volta em 20 vezes de R$ 2.000.000,00. Se não houvesse desvalorização (ou valorização que seja) de capital, portanto se a taxa de juros fosse 0%, o valor que receberia de volta por estes R$ 10.000.000,00 investidos seria de 20 x R$ 2.000.000,00, ou seja, R$ 40.000.000,00.

Porém, vimos nos capítulos anteriores que não é esta a forma correta de se calcular, já que existe uma taxa de juros diferente de zero, fazendo que R$ 2.000.000,00 no próximo ano não tenha o mesmo valor de hoje. Neste caso, para descobrir o atual valor deste capital futuro, podemos trazer seu valor para o presente, descontando a taxa de juros.

Calculando, assim, o somatório de todos os valores presentes (valores corrigidos pela taxa de juros), se ele for maior do que o investimento, este foi lucrativo.

A equação 2.2 utilizada nos dá este resultado de forma direta, porém vamos detalhá-lo a seguir.

O cálculo do valor presente de cada prestação pode ser obtido deduzindo a equação 1.5:

$$\mathbf{F = P \times (1 + i)^n} \quad \Rightarrow \quad P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

Determinando o VP de cada ano:

Ano 1: $P = \frac{F}{(1+i)^n} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{P} = \frac{\mathrm{R\$2.000.00{,}00}}{(1+0{,}12)^1} \quad \Rightarrow$ **P = R$1.785.714,29**

Ou seja, isto é o que vale hoje o valor R$ 2.000.000,00 daqui 1 ano.

Ano 2: $P = \frac{F}{(1+i)^n} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{P} = \frac{\mathrm{R\$2.000.00{,}00}}{(1+0{,}12)^2} \quad \Rightarrow$ **P = R$1.594.387,76**

Ou seja, isto é o que vale hoje o valor R$ 2.000.000,00 daqui 2 anos.

Ano 3: $P = \frac{F}{(1+i)^n} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{P} = \frac{\mathrm{R\$2.000.00{,}00}}{(1+0{,}12)^3} \quad \Rightarrow$ **P = R$1.423.560,50**

Ou seja, isto é o que vale hoje o valor R$2.000.000,00 daqui a 3 anos.

Aplicando o mesmo cálculo para os demais anos, obtemos os valores da Tabela 4.

Tabela 4 – Cálculo do VP em diversos períodos e seu somatório

Taxa de juros = custo de capital = 12%		
Anos	Valor da prestação no ano respectivo ou valor futuro (VF)	Valor da prestação no ano zero ou valor presente (VP)
0	-	-
1	R$ 2.000.000,00	R$ 1.785.714,29
2	R$ 2.000.000,00	R$ 1.594.387,76
3	R$ 2.000.000,00	R$ 1.423.560,50
4	R$ 2.000.000,00	R$ 1.271.036,16
5	R$ 2.000.000,00	R$ 1.134.853,71
6	R$ 2.000.000,00	R$ 1.013.262,24
7	R$ 2.000.000,00	R$ 904.698,43
8	R$ 2.000.000,00	R$ 807.766,46
9	R$ 2.000.000,00	R$ 721.220,05
10	R$ 2.000.000,00	R$ 643.946,47
11	R$ 2.000.000,00	R$ 574.952,21
12	R$ 2.000.000,00	R$ 513.350,19
13	R$ 2.000.000,00	R$ 458.348,38
14	R$ 2.000.000,00	R$ 409.239,63
15	R$ 2.000.000,00	R$ 365.392,52
16	R$ 2.000.000,00	R$ 326.243,32
17	R$ 2.000.000,00	R$ 291.288,68
18	R$ 2.000.000,00	R$ 260.079,18
19	R$ 2.000.000,00	R$ 232.213,55
20	R$ 2.000.000,00	R$ 207.333,53
Total	R$ 40.000.000,00	R$ 14.938.887,25

Questão b

Vimos no final do Capítulo 2 que, para um VPL positivo, o investimento é atraente.

O resultado do VPL obtido mostra que, para o investimento de R$ 10.000.000,00, haverá um retorno de R$14.938.887,25, ou seja, um lucro de R$ 4.938.887,25 em 20 anos.

Isto deixa claro que o investimento é atraente (VPL positivo).

Questão c

Da forma como este investimento está sendo realizado, quanto menor a taxa de juros maior será o VPL. Se a taxa de juros fosse 0%, por exemplo, os valores das prestações não iriam se desvalorizar nunca e os R$ 2.000.000,00 valeriam sempre R$ 2.000.000,00.

Como a questão agora sugere uma taxa de juros de 10%, continuar recebendo os mesmos R$2.000.000,00 por ano tornou o investimento mais atraente, como pode ser visto a seguir pelo cálculo do VPL:

$$VPL = [R\$\ 2.000.000,00 \times \frac{(1+0,10)^{20} - 1}{0,10 \times (1+0,10)^{20}}] - R\$\ 10.000.000,00$$

$$VPL = [R\$\ 2.000.000,00 \times \frac{(1,10)^{20} - 1}{0,10 \times (1,10)^{20}}] - R\$\ 10.000.000,00$$

$$VPL = [R\$\ 2.000.000,00 \times \frac{6,727499949 - 1}{0,10 \times 6,727499949}] - R\$\ 10.000.000,00$$

$$VPL = [R\$\ 2.000.000,00 \times \frac{5,727499949}{0,6727499949}] - R\$\ 10.000.000,00$$

$$VPL = [R\$\ 2.000.000,00 \times 8,51356372] - R\$\ 10.000.000,00$$

$$VPL = [R\$\ 17.027.127,44] - R\$\ 10.000.000,00$$

$$VPL = R\$\ 7.027.127,44$$

A Tabela 5 detalha o investimento da mesma forma que a *Questão a*.

Tabela 5 – Cálculo do VP em diversos períodos e seu somatório

Taxa de juros = custo de capital = 10%		
Anos	Valor da prestação no ano respectivo ou Valor Futuro (VF)	Valor da prestação no ano zero ou Valor presente (VP)
0	-	-
1	R$ 2.000.000,00	R$ 1.818.181,82
2	R$ 2.000.000,00	R$ 1.652.892,56
3	R$ 2.000.000,00	R$ 1.502.629,60
4	R$ 2.000.000,00	R$ 1.366.026,91
5	R$ 2.000.000,00	R$ 1.241.842,65
6	R$ 2.000.000,00	R$ 1.128.947,86
7	R$ 2.000.000,00	R$ 1.026.316,24
8	R$ 2.000.000,00	R$ 933.014,76
9	R$ 2.000.000,00	R$ 848.195,24
10	R$ 2.000.000,00	R$ 771.086,58
11	R$ 2.000.000,00	R$ 700.987,80
12	R$ 2.000.000,00	R$ 637.261,64
13	R$ 2.000.000,00	R$ 579.328,76
14	R$ 2.000.000,00	R$ 526.662,51
15	R$ 2.000.000,00	R$ 478.784,10
16	R$ 2.000.000,00	R$ 435.258,27
17	R$ 2.000.000,00	R$ 395.689,34
18	R$ 2.000.000,00	R$ 359.717,58
19	R$ 2.000.000,00	R$ 327.015,98
20	R$ 2.000.000,00	R$ 297.287,26
Total	R$ 40.000.000,00	R$ 17.027.127,44

Atenção!

O resultado da *Questão c* mostra que diminuindo a taxa de juros e mantendo o mesmo valor e quantidade da prestação, o investimento fica melhor.

É claro que estamos vendo pelo lado do investidor. Mas não esqueça que em qualquer situação onde tem um recebendo, tem outro pagando, e para este outro, neste caso, houve piora, já que agora terá de devolver mais dinheiro do que antes.

Terceira aplicação

Assunto: Tempo de retorno (*payback*)

a) Calcular o tempo e o retorno simples, para investimento em uma tecnologia de aquecimento, que garante a economia de R$ 300,00 mensais, a um investimento inicial de R$ 1.200,00.

b) Calcular o tempo de retorno descontado, para o exercício anterior, a uma taxa de juros de 2%.

c) Determinar como se comporta o tempo de retorno para diversas taxas de juros.

Solução

Questão a

O tempo de retorno simples é determinado pela equação 2.3:

$$n = \frac{I}{A}$$

onde:
n = tempo de retorno
I = investimento realizado
A = economia proporcionada

Para este caso teremos:

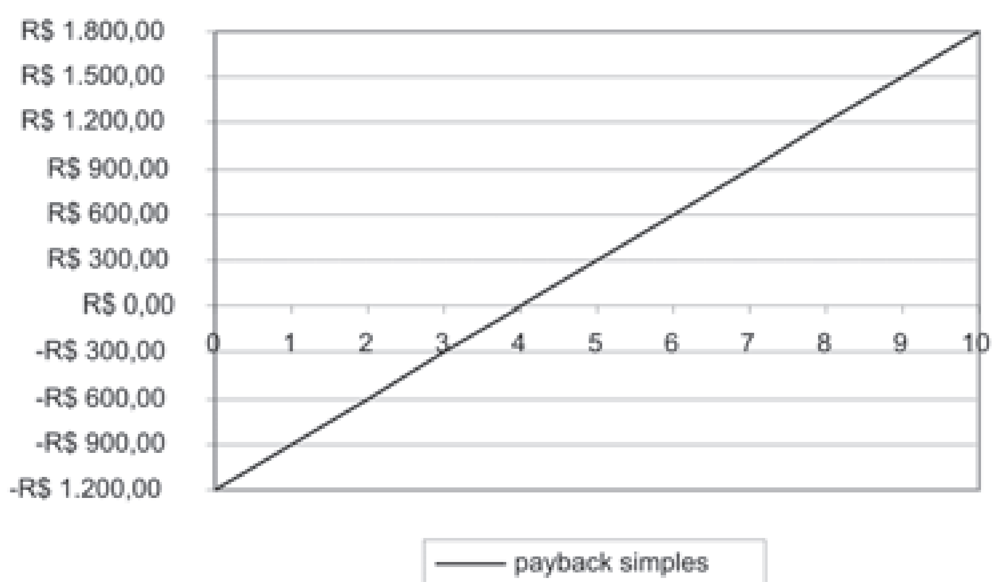
$$n = \frac{I}{A} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{R\$1.200,00}{R\$300,00} \quad \Rightarrow \quad n = 4 \text{ meses}$$

Isto significa que, se for realizado o investimento tal qual proposto e sem considerar taxas de juros, o investimento se pagará, ou será recuperado, em 4 meses. O Quadro 5 e o Gráfico 3 incluídos a seguir mostram como o capital é recuperado mês a mês.

Quadro 5 – Acompanhamento do tempo de retorno do capital investido por alguns períodos

Meses	Fluxo de caixa	tipo	acumulado
0	- R$ 1.200,00	investimento	- R$ 1.200,00
1	R$ 300,00	retorno	- R$ 900,00
2	R$ 300,00	retorno	- R$ 600,00
3	R$ 300,00	retorno	- R$ 300,00
4	R$ 300,00	retorno	R$ 0,00
5	R$ 300,00	retorno	R$ 300,00
6	R$ 300,00	retorno	R$ 600,00
7	R$ 300,00	retorno	R$ 900,00
8	R$ 300,00	retorno	R$ 1.200,00
9	R$ 300,00	retorno	R$ 1.500,00
10	R$ 300,00	retorno	R$ 1.800,00

Gráfico 3 – Acompanhamento do tempo de retorno do capital investido por alguns períodos



Questão b

O tempo de retorno descontado é determinado pela equação 2.4:

$$n = -\frac{\ln(1-\frac{I\times i}{A})}{\ln(1+i)}$$

Onde:
n = tempo de retorno
I = investimento realizado
A = economia proporcionada
i = taxa de juros

Para este caso teremos:

$$n = -\frac{\ln(1-\frac{I\times i}{A})}{\ln(1+i)} \Rightarrow n = -\frac{\ln(1-\frac{1200\times 0{,}02}{300,})}{\ln(1+0{,}02)} \Rightarrow n = -\frac{\ln(1-\frac{24}{300,})}{\ln(1+0{,}02)} \Rightarrow$$

$$n = -\frac{\ln(1-0{,}08)}{\ln(1+0{,}02)} \Rightarrow n = -\frac{\ln(0{,}92)}{\ln(1{,}02)} \Rightarrow n = -\frac{(-0{,}0833816)}{(0{,}0198026)} \Rightarrow$$

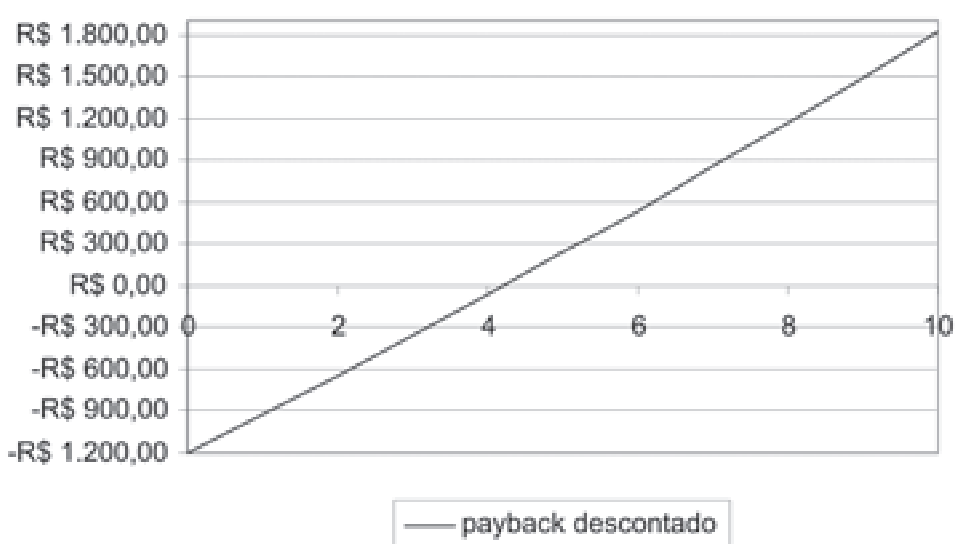
n = 4,21 meses

Isto significa que, se for realizado o investimento tal qual proposto e sem considerar taxas de juros, o investimento se pagará, ou será recuperado, em 4,21 meses. O Quadro 6 e o Gráfico 4 apresentados a seguir indicam como o capital é recuperado mês a mês.

Quadro 6 – Acompanhamento do tempo de retorno do capital investido por alguns períodos

Meses	Fluxo de caixa	Tipo	Juro sobre saldo anterior	Saldo
0	- R$ 1.200,00	investimento	R$ 0,00	- R$ 1.200,00
1	R$ 300,00	retorno	- R$ 24,00	- R$ 924,00
2	R$ 300,00	retorno	- R$ 18,48	- R$ 642,48
3	R$ 300,00	retorno	- R$ 12,85	- R$ 355,33
4	R$ 300,00	retorno	- R$ 7,11	- R$ 62,44
5	R$ 300,00	retorno	- R$ 1,25	R$ 236,32
6	R$ 300,00	retorno	R$ 4,73	R$ 541,04
7	R$ 300,00	retorno	R$ 10,82	R$ 851,86
8	R$ 300,00	retorno	R$ 17,04	R$ 1.168,90
9	R$ 300,00	retorno	R$ 23,38	R$ 1.492,28
10	R$ 300,00	retorno	R$ 29,85	R$ 1.822,12

Gráfico 4 – Acompanhamento do tempo de retorno do capital investido por alguns períodos



Analisando o Quadro 6, podemos verificar que o valor investido no mês 0 (zero) foi de R$ 1.200,00, quando no mês 1 foi corrigido em 2%, passando a ser R$ 1.024,00 (juro de R$ 24,00). Como o pagamento realizado foi de R$ 300,00, isto significa que ainda falta recuperar R$ 924,00.

No mês 2, o valor de R$ 924,00 a ser recuperado foi corrigido novamente em 2%, passando a ser de R$ 942,48 (juro de R$ 18,48). Como o pagamento realizado foi de R$ 300,00, isto significa que ainda falta recuperar R$ 642,48.

Assim sucessivamente, podemos verificar que o capital só estará recuperado após os 4 meses, conforme a resposta pela equação 2.4 e facilmente visualizável no Gráfico 4.

Questão c

Nesta questão existe uma idéia fundamental: o investimento só terá retorno se o valor do pagamento em cada período for maior do que o saldo acumulado. Assim, o juro limite neste caso é de R$ 300,00 para "empatar", ou seja, não aumentar nem diminuir o saldo do capital investido. Neste caso, os pagamentos observados no fluxo de caixa são apenas para pagar os juros.

O percentual limite é, então, aquele que o valor de retorno representa do valor de investimento e pode ser calculado por uma regra de três simples:

$$\text{R\$}1.200,00 \quad \rightarrow \quad 100\%$$

$$\text{R\$}300,00 \quad \rightarrow \quad x$$

$$x = \frac{300 \times 100}{1200} \quad \rightarrow \quad \mathbf{x = 25\%} \text{ (percentual limite)}$$

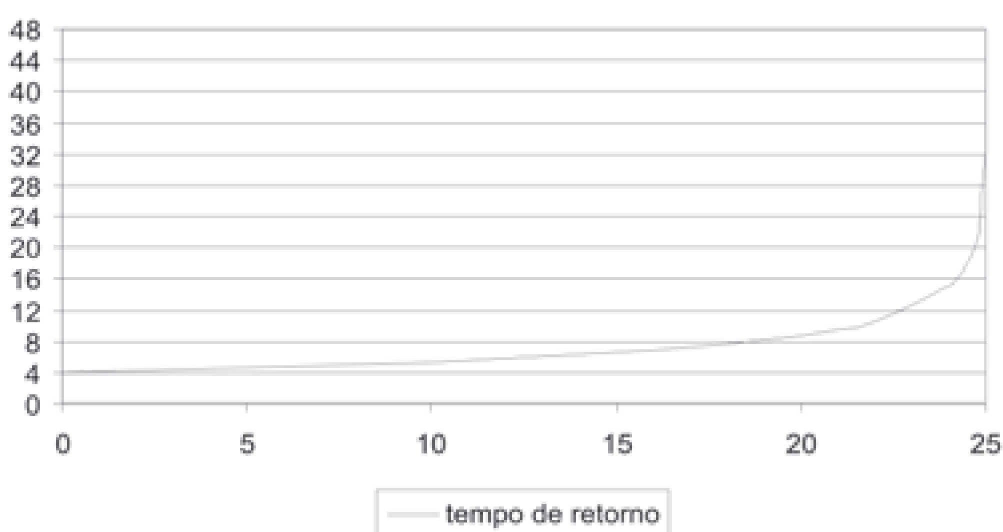
Neste exemplo, a taxa de juros deve ser menor do que 25%. Caso contrário, não existirá resposta (uma calculadora, por exemplo, mostrará mensagem de erro para o cálculo já que não existe logaritmo de número igual ou menor do que zero).

O tempo de retorno descontado para cada taxa de juros pode ser determinado pela equação 2.4. O Quadro 7 e o Gráfico 5 apresentados a seguir trazem valores para diversas taxas de juros.

Quadro 7 – Relação entre o tempo de retorno e a taxa de juros

Taxa de juro (%)	Tempo de retorno (meses)
0	4
2	4,210633654
4	4,445441531
6	4,709833332
8	5,011139079
10	5,359612424
12	5,770176065
14	6,265675336
16	6,883514434
18	7,690964532
20	8,82746912
22	10,66258174
24	14,96376357
≥25	∞ (infinito)

Gráfico 5 – Relação entre o tempo de retorno e a taxa de juros



Quarta aplicação

Assunto: Taxa Interna de Retorno (TIR)

a) Determinar a TIR para investimento em uma caldeira à lenha e a óleo, para horizontes de 10 anos. Considere que os custos de investimentos são de R$ 2.500.000,00 e R$ 1.800.000,00 e os custos anuais são de R$ 200.000,00 e R$ 270.000,00 respectivamente. Considere os benefícios anuais para as duas alternativas iguais a R$ 700.000,00.

b) Sob que condições os projetos descritos se equivalem?

Solução

Questão a

Aqui temos duas questões em uma: a caldeira à lenha e a caldeira a óleo. Para resolvê-las, vamos primeiramente construir o fluxo de caixa de cada combustível e transferir seus valores para uma tabela.

Figura 12 – Fluxo de caixa referente a um período de 10 anos (caldeira à lenha)

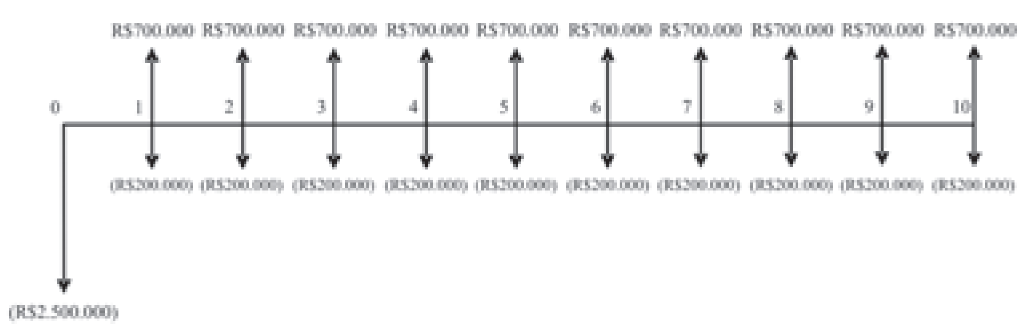
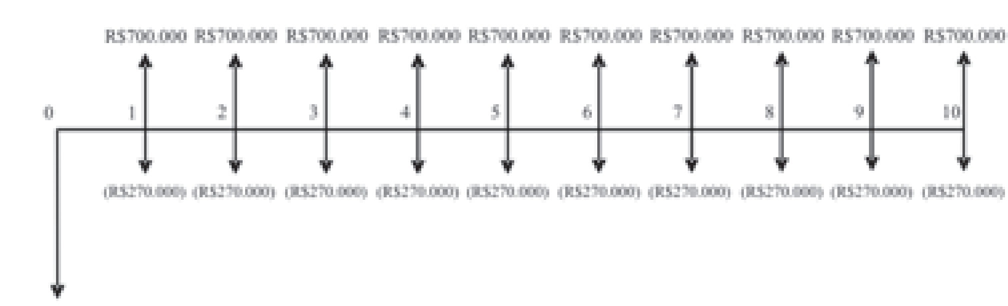


Figura 13 – Fluxo de caixa referente a um período de 10 anos (caldeira a óleo)



Quadro 8 – Resumo do fluxo de caixa referente a um período de 10 anos (caldeira à lenha)

Caldeira à lenha			
n	Entrada de capital	Saída de capital	Resultado
0	R$ 0,00	- R$ 2.500.000,00	- R$ 2.500.000,00
1	R$ 700.000,00	- R$ 200.000,00	R$ 500.000,00
2	R$ 700.000,00	- R$ 200.000,00	R$ 500.000,00
3	R$ 700.000,00	- R$ 200.000,00	R$ 500.000,00
4	R$ 700.000,00	- R$ 200.000,00	R$ 500.000,00
5	R$ 700.000,00	- R$ 200.000,00	R$ 500.000,00
6	R$ 700.000,00	- R$ 200.000,00	R$ 500.000,00
7	R$ 700.000,00	- R$ 200.000,00	R$ 500.000,00
8	R$ 700.000,00	- R$ 200.000,00	R$ 500.000,00
9	R$ 700.000,00	- R$ 200.000,00	R$ 500.000,00
10	R$ 700.000,00	- R$ 200.000,00	R$ 500.000,00

Quadro 9 – Resumo do fluxo de caixa referente a um período de 10 anos (caldeira a óleo)

Caldeira a óleo			
n	Entrada de capital	Saída de capital	Resultado
0	R$ 0,00	- R$ 1.800.000,00	- R$ 1.800.000,00
1	R$ 700.000,00	- R$ 270.000,00	R$ 430.000,00
2	R$ 700.000,00	- R$ 270.000,00	R$ 430.000,00
3	R$ 700.000,00	- R$ 270.000,00	R$ 430.000,00
4	R$ 700.000,00	- R$ 270.000,00	R$ 430.000,00
5	R$ 700.000,00	- R$ 270.000,00	R$ 430.000,00
6	R$ 700.000,00	- R$ 270.000,00	R$ 430.000,00
7	R$ 700.000,00	- R$ 270.000,00	R$ 430.000,00
8	R$ 700.000,00	- R$ 270.000,00	R$ 430.000,00
9	R$ 700.000,00	- R$ 270.000,00	R$ 430.000,00
10	R$ 700.000,00	- R$ 270.000,00	R$ 430.000,00

O próximo passo é determinar a TIR para cada caso. Conforme visto no Capitulo 2, não existe uma equação algébrica para calcular esta questão, sendo necessário determina-la por tentativas e erros até que se encontre seu valor.

Como a TIR é a taxa de juros que zera o VPL, um recurso é construir-se um gráfico do VPL com valores aleatórios de taxas de juros e verificar, de forma aproximada, no gráfico, o valor da taxa de juros que zera o VPL.

O Quadro 10 traz os resultados do VPL para algumas taxas de juros e serve para construção dos respectivos gráficos.

Quadro 10 – VPL em função de diferentes taxas de juros

Caldeira à lenha		Caldeira a óleo	
i(%)	VPL	i(%)	VPL
0	R$ 2.500.000,00	0	R$ 2.500.000,00
5	R$ 1.360.867,46	5	R$ 1.520.346,02
10	R$ 572.283,55	10	R$ 842.163,86
15	R$ 9.384,31	15	R$ 358.070,51
20	- R$ 403.763,96	20	R$ 2.763,00
25	- R$ 714.748,36	25	- R$ 264.683,59
30	- R$ 954.230,25	30	- R$ 470.638,02

Gráfico 6 – VPL para diversas taxas de juros (caldeira à lenha)

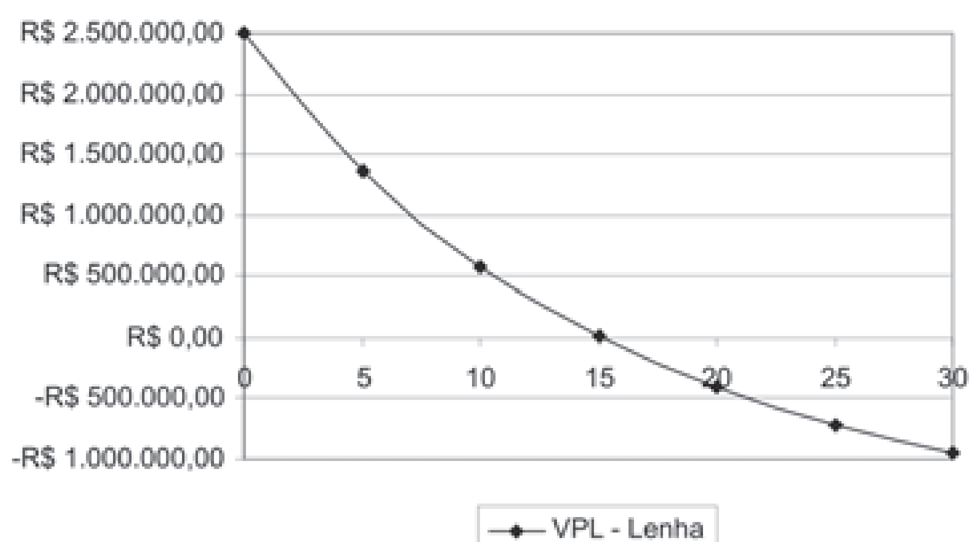
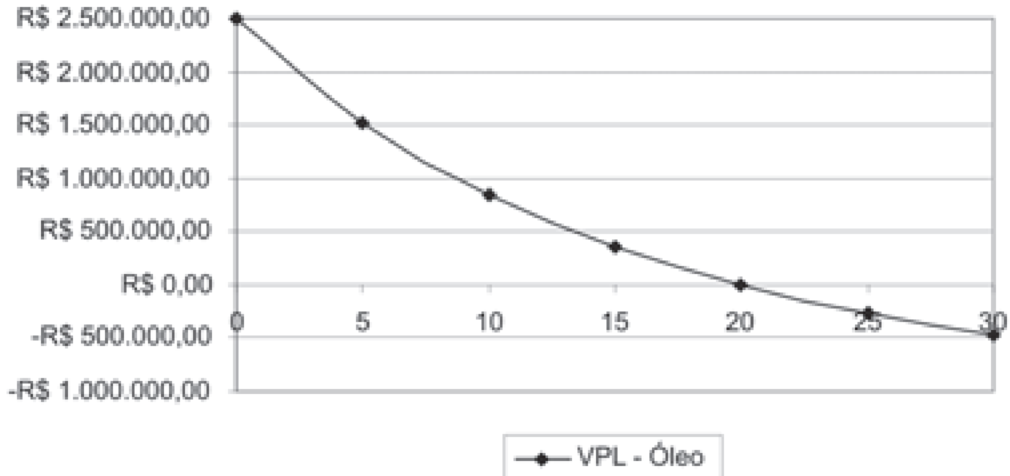


Gráfico 7 – VPL para diversas taxas de juros (caldeira a óleo)



Observando cada gráfico, percebe-se que a TIR para a caldeira à lenha é de aproximadamente 15%. Para a caldeira a óleo o valor é de aproximadamente 20%. Para um valor mais preciso, é necessário mais trabalho, experimentando-se valores, até encontrar um que zere o VPL.

Estes resultados significam que para taxas de juro superiores a estes valores, o investimento não é atrativo (VPL é negativo). Para taxas de juro inferiores, o investimento é atrativo, ou melhor, apresenta lucro (VPL positivo).

A utilização de calculadoras financeiras e/ou planilhas eletrônicas, permite calcular facilmente e com bastante precisão, os valores da TIR de um determinado fluxo de caixa. Para esta questão, com o uso destes recursos, obtêm-se os valores 15,098% e 20,045%.

Questão b

Analisando a Tabela 15, pode-se observar que os dois investimentos somente serão equivalentes se a taxa de juros for nula.

Para qualquer outro valor de taxa de juros, a caldeira a óleo é mais vantajosa.

Quinta aplicação

Assunto: custo anual equivalente (CAE)

a) Analisar qual é a melhor opção de investimento envolvendo a aquisição de motores convencionais e de alto rendimento, cujos dados estão indicados no Quadro 11 apresentada a seguir.

Quadro 11 – Dados sobre motores para a quinta aplicação

	Baixo rendimento	Alto rendimento
Potência	15cv	15cv
Investimento	R$ 500,00	R$ 800,00
Rendimento	0,82	0,90
Tarifa de energia elétrica	R$ 0,05/kWh	R$ 0,05/kWh
Taxa de juros	12%	12%
Vida útil	15 anos	17 anos
Horas de utilização (caso 1)	8.760h/ano	8.760h/ano
Horas de utilização (caso 2)	2.500h/ano	2.500h/ano
Horas de utilização (caso 3)	200h/ano	200h/ano

b- O que você entende pelo conceito de *reposição contínua*?

Solução

Questão a

Para cada caso, o que devemos fazer é calcular o custo anual de cada equipamento. Este custo é a soma do valor de energia elétrica com o custo do motor.

Para determinar o valor da energia elétrica usamos:

Custo energia = preço do kWh x energia (kWh)

Como só conhecemos o preço do kWh (R$ 0,05/kWh), é necessário calcular a energia elétrica (kWh) para determinar, então, o seu custo:

$$\text{Energia(kWh)} = \frac{\text{Potência(cv)} \times 0{,}7355}{\text{Rendimento}} \times \text{horas de utilização}$$

Atenção!

Estas equações envolvem conhecimentos da área elétrica, não sendo equações de análise de investimentos. Consulte o material didático deste curso que trata do assunto, caso não relembre algum dos conceitos elétricos envolvidos na questão.

Para determinar o custo anual do investimento, devemos dividir o valor do motor ao longo dos seus anos de vida, considerando, a taxa de juros apresentada. Para isto utilizamos a equação 1.12 que nos dá o valor da parcela A, quando se conhece VP, *i* e *n*:

$$A = P\frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Caso 1 – Horas de utilização = 8.760h

- Motor de baixo rendimento

Determinando a energia consumida anualmente

$$\text{Energia(kWh)} = \frac{\text{Potência(cv)} \times 0{,}7355}{\text{Rendimento}} \times \text{horas de utilização}$$

$$\text{Energia(kWh)} = \frac{15 \times 0{,}7355}{0{,}82} \times 8760$$

$$\text{Energia(kWh)} \quad 117.859{,}39 \text{ kWh}$$

Determinando o custo anual de energia

Custo energia = Preço do kWh x Energia (kWh)
Custo energia = 0,05 x 117.859,39
Custo energia = R$5.982,97/ano

Determinando o custo anual do motor

$$A = P\frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$A = 500{,}00\frac{0{,}12 \times (1+0{,}12)^{15}}{(1+0{,}12)^{15} - 1}$$

$$A = R\$\ 73{,}41$$

- Motor de Alto Rendimento

Determinando a energia consumida anualmente

$$\text{Energia(kWh)} = \frac{\text{Potência(cv)} \times 0{,}7355}{\text{Rendimento}} \times \text{horas de utilização}$$

$$\text{Energia(kWh)} = \frac{15 \times 0{,}7355}{0{,}90} \times 8760$$

$$\text{Energia(kWh)} = 107.383\text{kWh}$$

Determinando o custo anual de energia

Custo energia = Preço do kWh x Energia (kWh)

Custo energia = 0,05 x 107.383

Custo energia = R$5.369,15/ano

Determinando o custo anual do motor

$$A = P\frac{i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$A = 800{,}00\frac{0{,}12 \times (1+0{,}12)^{17}}{(1+0{,}12)^{17} - 1}$$

$$A = R\$112{,}37$$

Para determinar o custo anual de operação destes motores conforme *caso 1*, vamos organizar os valores encontrados numa tabela para calcular, conforme mostrado no Quadro 12.

Quadro 12 – Custo anual de operação do caso 1

Motor de baixo rendimento		Motor de alto rendimento	
Potência (cv)	15	Potência (cv)	15
Rendimento (n)	0,82	Rendimento (n)	0,90
Horas de utilização/ano	8.760h	Horas de utilização / ano	8.760h
kW/cv	0,7355	kW/cv	0,7355
Energia (kWh)	117.859,39	Energia (kWh)	107.383,00
Preço do kWh	R$ 0,05	Preço do kWh	R$ 0,05
Custo energia/ano	(R$ 5.892,97)	Custo energia/ano	(R$5.369,15)
Custo do motor (VP)	R$ 500,00	Custo do motor (VP)	R$ 800,00
Taxa de juros (i)	12%	Taxa de juros (i)	12%
Quantidade de pagamentos (n)	15	Quantidade de pagamentos (n)	17
Custo motor/ano (A)	(R$ 73,41)	Custo motor/ano (A)	(R$ 112,37)
Custo anual total	(R$ 5.966,38)	Custo anual total	(R$ 5.481,52)

Verifica-se que, neste caso, o motor de alto rendimento apresenta um custo anual menor do que o do motor de baixo rendimento.

Portanto, a melhor opção de investimento, neste caso, é a do motor de alto rendimento.

Para os casos 2 e 3, devemos avaliar da mesma forma. Os resultados obtidos, que podemos encontrar com a aplicação das equações usadas para determinar o custo anual do motor, podem ser vistos nos Quadros 13 e 14.

Caso 2 – Horas de utilização = 2.500h

Quadro 13 – Custo anual de operação do caso 2

Motor de baixo rendimento		Motor de alto rendimento	
Potência (cv)	15	Potência (cv)	15
Rendimento (n)	0,82	Rendimento (n)	0,90
Horas de utilização/ano	2.500h	Horas de utilização/ano	2.500h
kW/cv	0,7355	kW/cv	0,7355
Energia (kWh)	33.635,67	Energia (kWh)	30.645,83
Preço do kWh	R$ 0,05	Preço do kWh	R$ 0,05
Custo energia / ano	(R$ 1.681,78)	Custo energia/ano	(R$ 1.532,29)
Custo do motor (VP)	R$ 500,00	Custo do motor (VP)	R$ 800,00
Taxa de juros (i)	12%	Taxa de juros (i)	12%
Quantidade de pagamentos (n)	15	Quantidade de pagamentos (n)	17
Custo motor/ano (A)	(R$ 73,41)	Custo motor/ano (A)	(R$ 112,37)
Custo anual total	(R$ 1.755,20)	Custo anual total	(R$ 1.644,66)

Verifica-se que, neste caso, o motor de alto rendimento apresenta um custo anual menor do que o do motor de baixo rendimento.

Portanto, a melhor opção de investimento, neste caso, também é a do motor de alto rendimento.

Caso 3 – Horas de utilização = 200h

Quadro 14 – Custo anual de operação do caso 3

Motor de baixo rendimento		Motor de alto rendimento	
Potência (cv)	15	Potência (cv)	15
Rendimento (n)	0,82	Rendimento (n)	0,90
Horas de utilização/ano	200h	Horas de utilização / ano	200h
kW/cv	0,7355	kW/cv	0,7355
Energia (kWh)	2.690,85	Energia (kWh)	2.451,67
Preço do kWh	R$ 0,05	Preço do kWh	R$ 0,05
Custo energia/ano	(R$ 134,54)	Custo energia/ano	(R$ 122,58)
Custo do motor (VP)	R$ 500,00	Custo do motor (VP)	R$ 800,00
Taxa de juros (i)	12%	Taxa de juros (i)	12%
Quantidade de pagamentos (n)	15	Quantidade de pagamentos (n)	17
Custo motor/ano (A)	(R$ 73,41)	Custo motor/ano (A)	(R$ 112,37)
Custo anual total	(R$ 207,95)	Custo anual total	(R$ 234,95)

Para esta situação, onde as horas de utilização do motor têm baixo valor, o motor convencional (baixo rendimento) apresentou melhor resultado, pois o custo anual do motor representou mais que o custo da energia.

Comparando os três casos, pode-se verificar que o custo de energia do motor de alto rendimento sempre será menor do que o do motor de baixo rendimento, indiferente do número de horas de utilização.

Pode-se observar que o custo inicial, ou custo de instalação, do motor de alto rendimento será sempre maior do que o custo inicial do motor de baixo rendimento, indiferente da taxa de juros.

Assim, a escolha da melhor opção de investimento entre um motor de alto ou de baixo rendimento dependerá do número de horas de utilização e da taxa de juros.

O investimento em motor de baixo rendimento só será vantajoso se o número de horas de uso for pequeno. À medida que o número de horas de utilização aumenta, a vantagem do motor de baixo rendimento, que é o menor investimento inicial, vai sendo diluída pelo custo da energia elétrica, ou custo operacional.

Podemos, ainda, determinar qual o limite de vantagem entre um motor e outro, ou seja, até quantas horas de utilização compensa utilizar um motor de baixo rendimento e a partir de quantas horas já compensa utilizar um motor de alto rendimento. Isto pode ser feito igualando o *custo total anual* dos dois motores, conforme é mostrado a seguir.

$$CAT_{baixo} = CAT_{alto}$$

Onde:

CAT = Custo anual total

$$CEA_{baixo} + CMA_{baixo} = CEA_{alto} + CMA_{alto}$$

Onde:

CEA = Custo energia/ano
CMA = Custo motor/ano

$$CEA = P(R\$) \times \frac{Pot(cv) \times 0{,}7355}{\eta} \times h$$

Onde:

P(R$) = Preço do kWh
Pot(cv) = Potência do motor em kW
h = horas de utilização do motor
η = rendimento

$$\mathbf{CMA} = \mathbf{P}\frac{\mathbf{i \times (1+i)^n}}{\mathbf{(1+i)^n - 1}}$$

Onde:

P = Valor presente (Investimento inicial do motor)
i = taxa de juros
n = vida útil do motor

Para os motores apresentados temos, então:

$$CEA_{baixo} + CMA_{baixo} = CEA_{alto} + CMA_{alto}$$

$$CEA_{baixo} - CEA_{alto} = CMA_{alto} - CMA_{baixo}$$

$$P(R\$) \times \frac{Pot(cv) \times 0,7355}{\eta} \times h_{baixo} - P(R\$) \times \frac{Pot(cv) \times 0,7355}{\eta} \times h_{alto} = \mathbf{P} \frac{\mathbf{i \times (1+i)^n}}{\mathbf{(1+i)^n - 1}}_{alto} - \mathbf{P} \frac{\mathbf{i \times (1+i)^n}}{\mathbf{(1+i)^n - 1}}_{baixo}$$

Inserindo os valores teremos:

$$0,05 \times \frac{15 \times 0,7355}{0,82} \times h - 0,05 \times \frac{15 \times 0,7355}{0,90} \times h = 800 \frac{0,12 \times (1+0,12)^{17}}{(1+0,12)^{17} - 1} - 500 \frac{0,12 \times (1+0,12)^{15}}{(1+0,12)^{15} - 1}$$

$$0,6727 \times h - 0,6129 \times h = 112,37 - 73,41$$

$$0,0598 \text{ x } h = 38,96$$

$$h = \frac{38,96}{0,0598}$$

h = 651,5 horas

Portanto, com uma taxa de juros de 12%, para que o motor de alto rendimento deste caso seja vantajoso, o tempo de operação deverá ser superior a 651,5 horas anuais. Abaixo deste valor, o motor de baixo rendimento é mais vantajoso.

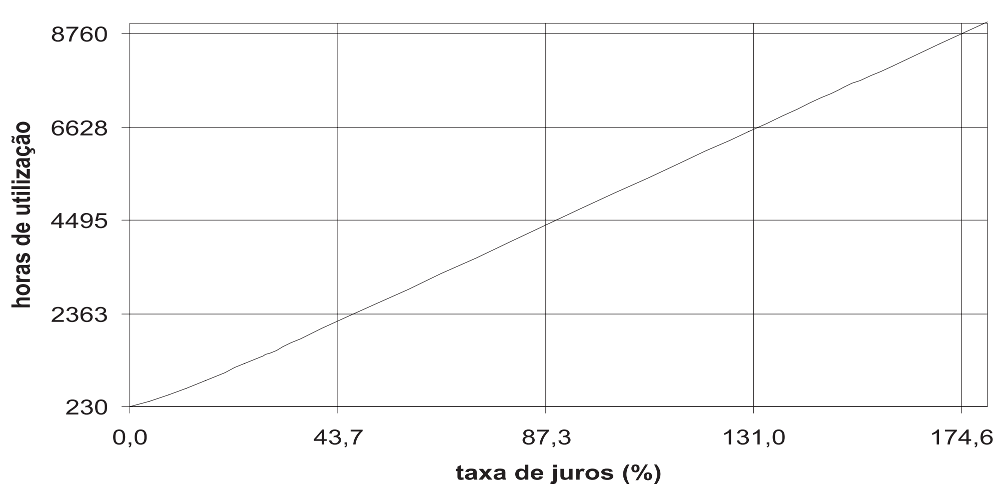
O tempo de operação limite para outras taxas de juros pode ser determinado da mesma forma. A Tabela 20 traz estes limites já calculados para outras taxas de juros, para os motores em questão.

O Quadro 15 está representada graficamente a seguir, o que permite visualizar outras taxas de juros.

Quadro 15 – Horas limites de utilização conforme a taxa de juros para os motores do Quadro 11

Juros (%)	Horas de utilização
0	229,54
4	347,65
8	489,81
12	651,50
16	827,52
20	1.013,62
24	1.206,22
28	1.402,81
32	1.601,73
130	6.522,07
150	7.525,48
160	8.027,19
170	8.528,89
180	9.030,59

Gráfico 8 – Horas limites de utilização conforme a taxa de juros para os motores do Quadro 11



Observando o Gráfico 8 e o Quadro 15, é possível tirar ainda outras conclusões. Confira.

- Para o tempo de operação abaixo de 230h anuais, o investimento no motor de baixo rendimento sempre será vantajoso, pois este é o limite para taxa de juros de 0%, ou seja, a menor taxa possível.
- Para taxas de juros maiores do que 174,6%, só será vantagem utilizar motor de alto rendimento caso o tempo de utilização do motor seja superior a 8.760h anuais. Como este é o valor de horas total de um ano (24h x 365 dias = 8.760h), para taxas de juros maiores do que essa, o investimento no motor de baixo rendimento sempre será mais vantajoso.

Questão b

O conceito de reposição contínua significa que, ao término da vida útil do equipamento, ele será reposto por um outro idêntico, sendo que esta substituição ocorrerá indefinidamente.

Utilizando o método do custo anual equivalente, é possível comparar investimentos com vida útil diferente, sem nenhum problema.

Voltando ao desafio

Depois de ler, analisar e refletir sobre os assuntos abordados no capítulo, é possível concluir que não existe um melhor método para se avaliar investimentos. Para cada caso devemos procurar o método mais eficiente.

Escolher o melhor método a utilizar em cada caso será mais fácil quanto mais você estudar, compreender e praticar.

Portanto, busque saber mais! Pratique! Assim, você ficará um especialista no assunto.

Resumindo

Neste capítulo, vimos cinco diferentes aplicações práticas de análises de investimentos.

Na primeira aplicação, utilizaram-se os conceitos de valor presente (VP) e valor futuro (VF), verificando-se a influência que sofrem das taxas de juros.

Na segunda aplicação você foi desafiado a decidir se deveria participar ou não de um investimento, devendo analisá-lo pelo critério do valor presente líquido (VPL).

A terceira aplicação permitiu efetuar cálculos utilizando o tempo de retorno de capital (*payback*) simples e descontado, verificando, ainda, a influência da taxa de juros neste critério.

Na quarta aplicação foi a vez de analisar um investimento pela taxa interna de retorno (TIR), permitindo saber quais taxas de juros tornam o investimento viável.

Por fim, a quinta aplicação possibilitou escolher entre dois investimentos, pelo critério do custo anual equivalente (CAE), também conhecido como critério do valor anual líquido (VAL).

Aprenda mais

Agora que você já conhece os conceitos envolvidos na análise econômica de investimentos e viu várias aplicações para eles, procure praticar outros exemplos, buscando-os em outros livros que tratam do assunto ou criando, você mesmo, casos hipotéticos. A internet é uma boa opção para quem tem acesso.

Mas não esqueça de tentar fazer estes mesmos exemplos sozinho e de buscar entender passo a passo as resoluções apresentadas.

Este assunto não acaba por aqui. Existe muito mais para conhecer sobre análise de investimentos.

Aqui vai um desafio: pesquise o que são os termos *antecipado* e *postecipado,* e avalie qual o método que foi utilizado neste módulo!

Referências

HADDAD, J. **Análise econômica de investimentos**: guia avançado. Rio de Janeiro: Procel Indústria, 2004.

TEIXEIRA, James; DI PEIRRO NETTO, Scipione. **Matemática financeira**. São Paulo: Makron Books,1998.

VIEIRA SOBRINHO, José Dutra. **Matemática financeira**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

CRESPO, Antônio Arnot. **Matemática financeira fácil**. 13. ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

SECURATO, José Roberto et al. **Cálculo financeiro das tesourarias**: bancos e empresas. São Paulo: Saint Paul, 2003.

CNI
SESI
SENAI
IEL

CNI IEL

PROCEL
PROGRAMA NACIONAL
DE CONSERVAÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA

Eletrobrás
A energia que movimenta o Brasil.

Ministério de
Minas e Energia

BRASIL
UM PAÍS DE TODOS
GOVERNO FEDERAL